

Université Alioune DIOP de Bambey
DEPARTEMENT PHYSIQUE

UFR SATIC



L'excellence est constance, l'éthique ma vertu

COURS
LASERS ET APPLICATIONS
L3 Physique Numérique

dispensé par
Dr. Papa Lat Tabara SOW

Année universitaire 2019/2020

Chapitre 1

Principe de base et modélisation

1.1 Introduction

Dans ce chapitre nous nous proposons de faire une description des mécanismes qui sont à la base du laser. Ceci repose sur l'interaction entre la matière et le rayonnement électromagnétique. Des notions telles que le seuil d'oscillation, le gain laser, la saturation seront abordées dans ce cours. Ainsi dans la suite, nous introduisons dans un premier temps les notions de rayonnement et de matière en détaillant les différents échanges d'énergie. Dans un second temps une description du laser basée sur le modèle à deux niveaux est faite.

1.2 Interaction rayonnement-matière

1.2.1 Description du milieu matériel

Le milieu matériel d'un laser est constitué d'atomes, de molécules ou d'ions. Dans la suite nous considérons le milieu atomique comme milieu matériel. Les propriétés utilisées ne sont pas spécifiques à un milieu atomique et peuvent s'étendre aux autres types de milieu. La figure 1.1, montre l'énergie interne de l'atome de Néon qui ne peut prendre qu'une suite de valeur discrète. Cette figure illustre en (a) les niveaux électroniques où la flèche indique la transition laser et en (b) le diagramme simplifié ne prenant en compte que les niveaux où l'effet laser se manifeste. Chaque niveau d'énergie i est caractérisée par son énergie E_i , sa dégénérence g_i (chaque niveau peut être constitué de sous niveaux), le nombre d'atomes N_i possédant cette énergie (appelée aussi densité de population ou population du niveau i noté N_i et la durée de vie τ_i du niveau d'énergie E_i . Ce temps est le temps caractéristique de dépeuplement du niveau i . On peut illustrer cela comme suit : si la population du niveau i est $N_i(0)$ à l'instant $t = 0$ alors à l'instant $t > 0$, elle sera égale à $N_i(t) = N_i(0)e^{-t/\tau_i}$. L'inverse de la durée

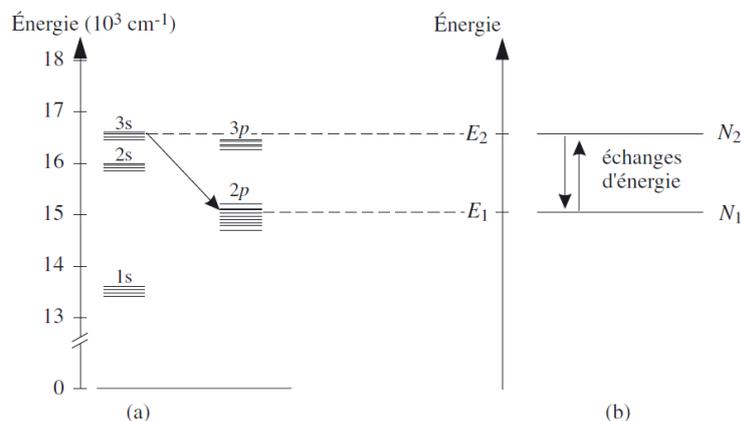


FIGURE 1.1 – En (a), diagramme d'énergie de l'atome de Néon. Seuls quelques niveaux d'énergie électroniques sont représentés. La flèche indique la transition laser. En (b), diagramme d'énergie schématique, ne retenant que les deux niveaux E_1 et E_2 de la transition laser.

de vie est appelé taux de relaxation noté $\gamma_i = 1/\tau_i$.

1.2.2 Mécanismes d'interaction entre un rayonnement et un atome à deux niveaux

Il existe 3 mécanismes d'interaction rayonnement-matière : l'émission spontanée, l'absorption et l'émission stimulée. Ces mécanismes conduisent à une modification de l'énergie de l'atome d'une quantité $\Delta E = E_2 - E_1$ et à une perte ou à un gain de photon de fréquence :

$$\nu_a = \frac{\Delta E}{h} \quad (1.1)$$

1.2.2.1 Emission spontanée

Dans le processus d'émission spontanée, un atome du niveau haut se désexcite de manière spontanée vers le niveau bas en émettant un photon d'énergie $h\nu_a$ si la transition est radiative (voir figure 1.2). Ainsi pour un système à deux niveaux le niveau 2 se dépeuple au profit du niveau 1. La probabilité ou taux d'émission spontanée par atome et par unité de temps notée A_{21} , est dénommée coefficient d'Eintein. Elle s'exprime en s^{-1} . La variation de la population du niveau 2 en fonction du temps est ainsi donnée par la loi :

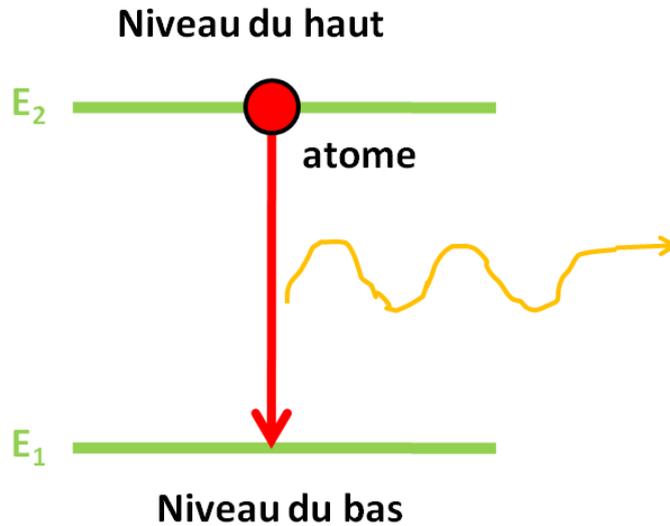


FIGURE 1.2 – Emission spontanée

$$dN_{2sp} = -A_{21}N_2dt \quad (1.2)$$

Dans l'équation 1.2, le signe (-) indique le dépeuplement du niveau 2 et la quantité $A_{21}N_2$ représente le nombre de photons émis par unité de temps et par unité de volume. Evidemment au cours de ce processus la quantité, la population N_1 augmente avec de la même quantité :

$$dN_{1sp} = +A_{21}N_2dt \quad (1.3)$$

Le signe (+) indique que le nombre de population du niveau N_1 augmente au cours du temps. En intégrant l'équation 1.2, on obtient :

$$N_2(t) = N_2(0)e^{-t/\tau} \quad (1.4)$$

avec $\tau = 1/A_{21}$, qui est la durée de vie radiative du niveau 2. L'équation 1.4 montre que la loi de dépeuplement du niveau 2 est une exponentielle décroissante du temps.

1.2.2.1.1 Notions de Flux de photon

Considérons un volume V occupé par des photons (voir figure 1.3).

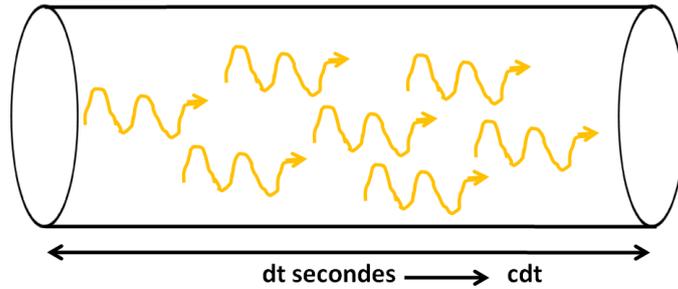


FIGURE 1.3 – Les photons (flèches ondulées), se propagent dans une direction perpendiculaire à la surface S . Ceux qui traversent S à l'instant t parcourent pendant le temps dt la distance cdt . Ici c représente la vitesse de la lumière du milieu où se propose la lumière laser. Les photons qui ont traversé S pendant le temps dt occupent donc un volume $Scdt$.

On définit ainsi la variation du flux de photons qui traverse la surface S pendant un temps par :

$$d\Phi = A_{21}N_2cdt \quad (1.5)$$

Le flux de photon s'exprime en $s^{-1}m^{-2}$.

1.2.2.1.2 Intensité lumineuse

En physique des lasers, l'intensité d'un faisceau de lumière est définie par :

$$I = h\nu\Phi \quad (1.6)$$

Dans l'équation 1.6, $h\nu$ représente l'énergie d'un photon. L'intensité s'exprime en W/m^2 . L'intensité est donc proportionnelle au flux de photons Φ .

1.2.2.2 Absorption

Dans ce processus un atome du niveau du bas peut être excité vers le niveau du haut en absorbant un photon d'énergie $h\nu_a$ (voir figure 1.4). Cette fois le niveau 1 se dépeuple au profit du niveau 2 qui se peuple. Puisque dans ce processus, un atome du niveau 1 absorbe un photon pour transiter vers le niveau 2 alors ce processus est induit par un champ électromagnétique.

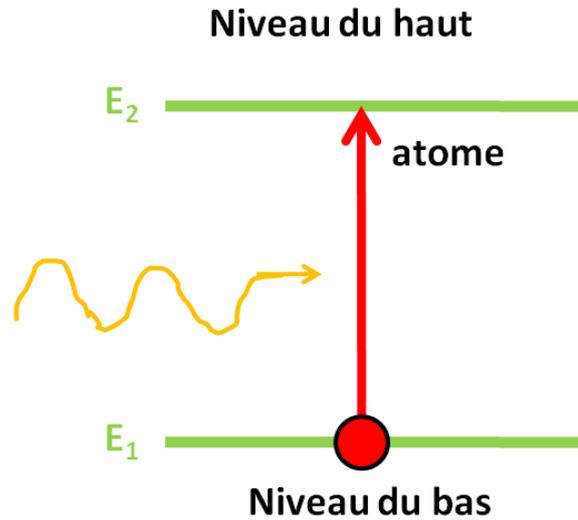


FIGURE 1.4 – Absorption

On définit alors la notion de probabilité de transition par atome et par unité de temps. Cette probabilité est proportionnelle au flux de photons Φ et est donnée par la relation $\sigma_{12}\Phi$ (s^{-1}) où le coefficient σ_{12} est appelé section efficace d'absorption. Cette section efficace a une dimension d'une surface (compte tenu de l'unité de Φ) et est caractéristique du milieu atomique. La loi permettant de déterminer le nombre d'atomes dans le niveau 2 pendant l'intervalle dt est :

$$dN_{2abs} = +\sigma_{12}\Phi N_1 dt \quad (1.7)$$

Pendant ce temps, le niveau 1 lui décroît selon la loi :

$$dN_{1abs} = -\sigma_{12}\Phi N_1 dt \quad (1.8)$$

Le nombre de photons absorbés est donnée par :

$$d\Phi_{abs} = +\sigma_{12}\Phi N_1 c dt \quad (1.9)$$

1.2.2.3 Emission stimulée

L'émission stimulée ou induite est le processus qui est à la base du laser. Dans ce processus un photon incident interagit avec un atome du niveau 2 provoquant le désexcitation de cet atome vers le niveau 1 avec émission de photon. Le photon émis a les mêmes caractéristiques que le photon inducteur : même fréquence, même polarisation, même direction de propagation (voir figure 1.5). L'interaction entre le photon incident et l'atome amplifie la lumière. Cette amplification de la lumière découle des similitudes entre le photon incident le photon émis.

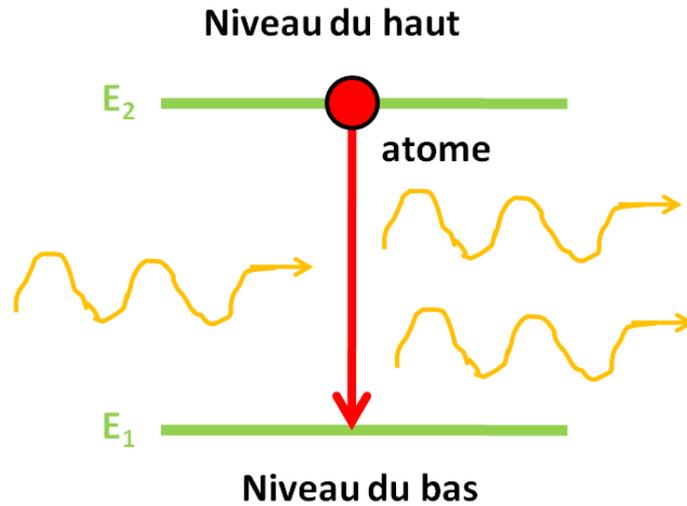


FIGURE 1.5 – Emission stimulée

Les lois qui décrivent l'émission stimulée pour les populations N_2 et N_1 sont données par :

$$dN_{2st} = -\sigma_{21}\Phi N_2 dt \quad (1.10)$$

$$dN_{1st} = +\sigma_{21}\Phi N_2 dt \quad (1.11)$$

Pour le nombre de photons stimulés la loi est donnée par :

$$d\Phi_{st} = +\sigma_{21}\Phi N_2 c dt \quad (1.12)$$

Le produit $\sigma_{21}\Phi$ représente la probabilité (ou taux) d'émission stimulée et σ_{21} est la section efficace d'émission stimulée.

Remarque : Il ne faut pas confondre l'émission spontanée et l'émission stimulée car les deux propriétés fondamentales sont différentes.

- l'émission spontanée se déroule de manière spontanée, la présence de photon au préalable n'est nullement nécessaire.
- dans l'émission stimulée la présence d'un photon incident est nécessaire car c'est ce photon qui déclenche le processus. C'est pourquoi l'émission induite est caractérisée par un taux proportionnel à Φ alors que le taux d'émission spontanée en est indépendante. Par ailleurs le photon créé par émission stimulée explique la cohérence d'un faisceau laser car il possède les mêmes caractéristiques (même fréquence, même direction de propagation, même état de polarisation) que le photon inducteur ou déclencheur.

1.2.2.4 Relation entre les taux d'émission et d'absorption

Dans le cas où, les niveaux 1 et 2 ont la même dégénérescence alors les sections efficaces d'absorption et d'émission stimulée sont égales :

$$\sigma_{12} = \sigma_{21} = \sigma \quad (1.13)$$

Le rapport entre l'émission stimulée et l'émission spontanée est :

$$\frac{\sigma\Phi}{A_{21}} = \frac{\lambda^2\Phi}{8\pi\Delta\nu} \quad (1.14)$$

• Démonstration

Pour démontrer la relation 1.14, nous allons partir des hypothèses émises par Einstein sur l'absorption, l'émission de rayonnements par des atomes (ou molécules) :

* Les énergies de l'atome ne prennent que des valeurs discrètes E_i car c'est un système quantique.

* Les populations des niveaux 1 et 2 suivent la distribution de Boltzmann-Gibbs dans un milieu atomique de température T :

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{g_1 \exp[-E_1/k_B T]}{g_2 \exp[-E_2/k_B T]} \quad (1.15)$$

* L'interaction entre un atome et un rayonnement électromagnétique peut faire transiter l'atome d'un niveau 1 vers un niveau 2 de plus haute énergie par absorption d'un photon. La probabilité associée de ce processus pendant un temps dt est donnée par :

$$dW_{12} = B_{12}u dt \quad (1.16)$$

où u est la densité spectrale de puissance de rayonnement en $J.m^{-3}.s$ donnée par :

$$u(\nu) = 8\pi h \frac{\nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{h\nu/k_B T} - 1} \quad (1.17)$$

* De la même manière l'atome peut transiter du niveau 2 vers le niveau 1. La probabilité associée à ce processus est :

$$dW_{21} = (A_{21} + B_{21}u) dt \quad (1.18)$$

A l'équilibre thermique, on obtient :

$$N_1 dW_{12} = N_2 dW_{21} \quad (1.19)$$

L'équation 1.19 peut être réécrite par :

$$g_1 \exp[-E_1/k_B T] B_{12}u = g_2 \exp[-E_2/k_B T] (A_{21} + B_{21}u) \quad (1.20)$$

Quand $T \rightarrow \infty$, alors $u \rightarrow \infty$ et l'équation 1.18 se réduit à :

$$g_1 B_{12} = g_2 B_{21} \quad (1.21)$$

L'expression de la densité spectrale u en fonction des coefficients d'Eintein est donc donnée par :

$$u(\nu) = \frac{A_{21}/B_{21}}{e^{[E_2-E_1]/k_B T} - 1} \quad (1.22)$$

En comparant cette équation par la densité spectrale de rayonnement du corps noir obtenue par Planck, on peut établir la relation entre les coefficients d'Eintein :

$$\frac{A_{21}}{B_{21}} = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} = \frac{8\pi h}{\lambda^3} \quad (1.23)$$

Par ailleurs, si l'on décrit les différents processus en terme de flux de photons ϕ , on peut égaliser les relations suivantes :

$$B_{12}u = \sigma_{12}\phi \quad (1.24)$$

$$B_{21}u = \sigma_{21}\phi \quad (1.25)$$

Si l'on considère que le rayonnement se déroule dans un intervalle spectral de largeur $\Delta\nu$ ($u(\nu)$) prend une valeur constante dans l'intervalle fréquentiel $[\nu - \Delta\nu/2, \nu + \Delta\nu/2]$, l'énergie du rayonnement par unité de volume est donnée par :

$$u\Delta\nu = \frac{h\nu\phi}{c} \quad (1.26)$$

L'équation 1.26, permet d'avoir la relation entre u et ϕ :

$$u = \frac{h\nu\phi}{\Delta\nu c} \quad (1.27)$$

La section efficace de la transition s'écrit donc (on prend le cas où $g_1 = g_2$) par :

$$\sigma = \frac{B_{21}h\nu}{\Delta\nu c} = \frac{A_{21}\lambda^2}{8\pi\Delta\nu} \quad (1.28)$$

Ainsi la relation 1.14 se démontre simplement et on a :

$$\frac{\sigma\Phi}{A_{21}} = \frac{\lambda^2\Phi}{8\pi\Delta\nu}$$

Exercice d'application :

On considère un laser à CO₂ et un laser à excimère de longueurs d'onde respectives $\lambda=10,6 \mu\text{m}$ et $\lambda=200 \text{ nm}$. Comparer les processus d'émission spontanée et stimulée pour ces deux lasers.

1.3 Modèle du laser à deux niveaux

Le modèle du laser à deux niveaux est un modèle simple pour décrire les lasers. Comme nous l'avons décrit ci-dessus l'interaction d'un rayonnement électromagnétique est gouverné par des 3 mécanismes d'échange d'énergie : absorption, émission spontanée et émission stimulée. La dynamique des populations des niveaux et le flux de photons sont donc impactés par ces 3 mécanismes.

1.3.1 Effets de l'absorption et de l'émission stimulée sur les populations et sur le flux de photons

Les équations d'évolution de chaque niveau en tenant compte des processus d'absorption et d'émission stimulée dans le cas où les deux niveaux ont le même nombre de dégénérescence sont données par :

$$\frac{dN_2}{dt} = -\sigma\phi(N_2 - N_1) \quad (1.29)$$

$$\frac{dN_1}{dt} = \sigma\phi(N_2 - N_1) \quad (1.30)$$

$$\frac{d\phi}{dt} = c\sigma\phi(N_2 - N_1) \quad (1.31)$$

Ces équations montrent que si $N_2 < N_1$ ($\phi < 0$) alors les transitions atomiques du bas vers le haut prédominent : il y a plus d'absorption que d'émission stimulée. On dit que le milieu est absorbant. Par contre, si $N_2 > N_1$ ($\phi > 0$), il ya plus d'émission stimulée que d'absorption. Dans ce cas le milieu est en état d'inversion de population qui est à la base du fonctionnement d'un laser. La différence de niveaux de populations est donc le paramètre représentatif de l'oscillateur laser. Notons par D cette différence et récrivons les équations ci-dessus.

$$\frac{dD}{dt} = -2\sigma\phi D \quad (1.32)$$

$$\frac{d\phi}{dt} = c\sigma\phi D \quad (1.33)$$

On conclue alors que l'inversion de population est réalisée si $D > 0$.

1.3.2 Effets du pompage et des relaxations sur les populations des niveaux et sur le flux de photons

On appelle pompage le processus qui permet d'augmenter la population du niveau 2 par rapport à celle du niveau 1 (excitation des atomes du niveau 1 vers le niveau

2) . L'inversion de population est réalisée grâce au pompage. L'opération de pompage nécessite l'apport d'énergie extérieure (électrique, optique, chimique, mécanique). Décrivons l'accroissement dû au pompage pendant un temps dt par :

$$dN_2 = \lambda_2 dt \quad (1.34)$$

$$dN_1 = \lambda_1 dt \quad (1.35)$$

où λ_2 et λ_1 représentent les apports extérieurs d'atomes sur les niveaux de la transition laser. Il faut noter que seul l'apport d'atomes sur le niveau 2 est nécessaire pour réaliser l'inversion de population. Cependant dans la plupart des lasers λ_1 n'est pas nul. En tenant compte en plus des processus de relaxations la variation des niveaux de la population au cours du temps s'écrit

$$\frac{dN_2}{dt} = -\gamma N_2 + \lambda_2 \quad (1.36)$$

$$\frac{dN_1}{dt} = -\gamma N_1 + \lambda_1 \quad (1.37)$$

La figure 1.6 illustre les processus de pompage et relaxations entre les 2 niveaux.

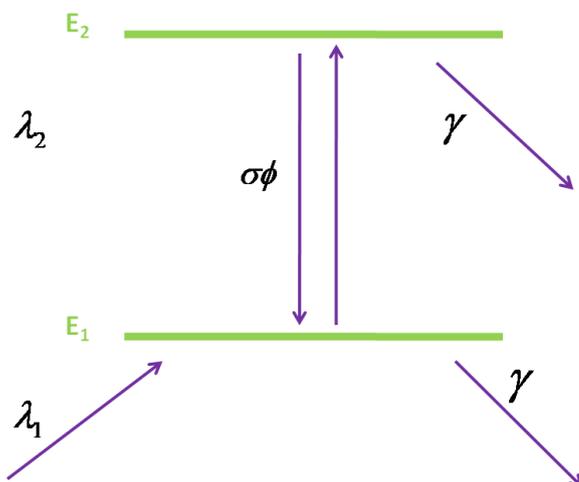


FIGURE 1.6 – Processus pour un laser à deux niveaux

A l'équilibre et à l'absence de champ on a $\frac{dN_1}{dt} = \frac{dN_2}{dt} = 0$. On obtient dans ce cas les valeurs stationnaires des populations : $\widehat{N}_2 = \lambda_2/\gamma$ et $\widehat{N}_1 = \lambda_1/\gamma$. Les équations 1.36 et 1.37 peuvent être réécrites en introduisant D par :

$$\frac{dD}{dt} = -\gamma(D - \widehat{D}) \quad (1.38)$$

L'inversion de population varie donc en fonction du temps en l'absence de tout autre processus que le pompage et les relaxations selon la loi :

$$D(t) = \widehat{D}(1 - e^{-\gamma t}) \quad (1.39)$$

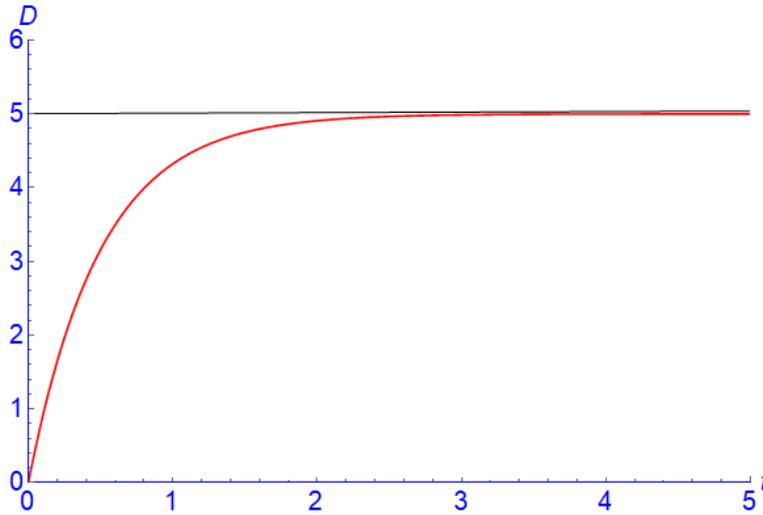


FIGURE 1.7 – Evolution temporelle de D induite par pompage en l'absence de champ

1.3.3 Equations du laser

Pour écrire les équations du laser nous devons tenir compte de l'absorption, de l'émission stimulée, du pompage et des relaxations. Dans les sections précédentes nous avons établi dans un premier les équations des populations sous l'effet de l'absorption et de l'émission stimulée (équations 1.32 et 1.33). Dans un second l'équation décrivant l'évolution des populations et du flux de photons en présence de de pompage et de relaxation a été établie (équation 1.39). Ainsi pour établir les équations du laser il faut tenir compte de tous ces effets décrits ci-dessus. Les équations du laser sont donc les équations bilan du flux de photons et de la différence de population. Les équations suivantes donnent les équations du laser :

$$\frac{dD}{dt} = -2\sigma\phi D - \gamma(D - \widehat{D}) \quad (1.40)$$

$$\frac{d\phi}{dt} = c\sigma\phi D - k\phi \quad (1.41)$$

Dans l'équation 1.41, le terme $k\phi$ représentent les pertes de photons (appelées aussi pertes de cavités). Ces pertes sont caractérisées par un taux de relaxation notée k .

La figure 1.8 montre une cavité laser constituée de deux miroirs dont l'un est totalement réfléchissant et l'autre semi-réfléchissant.

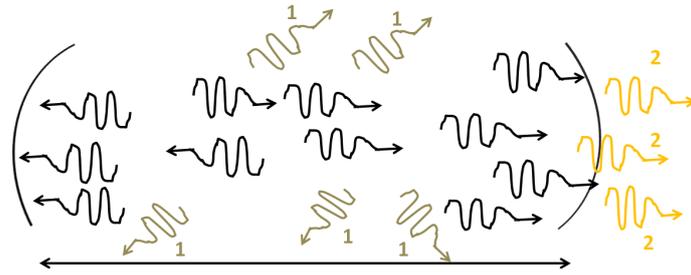


FIGURE 1.8 – Pertes dans Cavité laser : Les photons (1) sont diffusés, changent de direction et sortent de la cavité. Les photons (2) correspondent à la lumière laser sortant du miroir semi-réfléchissant

1.3.4 Seuil d'oscillation et régimes stationnaires

1.3.4.1 Seuil laser

L'étude précédente montre que le flux de photons est gouverné par les pertes et par les transitions induites. Ces deux effets sont opposés. Les pertes ont tendance à diminuer ϕ alors que les transitions induites augmentent ϕ si $D > 0$. $d\phi/dt < 0$ si les pertes sont supérieures au gain ce qui implique une diminution de ϕ jusqu'à une valeur nulle. A l'inverse, si le gain est supérieur aux pertes $d\phi/dt$ augmente et ϕ prend une valeur non nulle. Dans cette condition le laser fonctionne. Cependant, ϕ n'augmente pas indéfiniment mais tend vers une valeur stationnaire. Cette condition appelée seuil laser correspond au cas où les pertes sont égales au gain c'est à dire quand $d\phi/dt = 0$. Ainsi cette condition s'écrit par :

$$\sigma Dc = k \quad (1.42)$$

De l'équation 1.42, on définit l'inversion de population au seuil noté D_s :

$$D_s = \frac{k}{\sigma c} \quad (1.43)$$

De l'équation 1.43, nous pouvons tirer quelques enseignements :

- Pour obtenir une émission laser il faut $\widehat{D} > D_s$ sinon le laser ne fonctionne pas ($0 < \widehat{D} < D_s$).
- Si D_s est élevée le seuil d'oscillation laser est difficile à atteindre (k important et σ faible).

• Pour obtenir l'effet laser il faut : choisir un atome ou une molécule dont la section efficace σ est suffisamment grande, utiliser un système de pompage efficace et réduire les pertes dans la cavité. En posant $R = \widehat{D}/D_s$ le paramètre de pompe, on peut réécrire les équations du laser 1.40 et 1.41 en fonction de D_s de la manière suivante :

$$\frac{dD}{dt} = -\gamma D_s \left(\frac{D}{D_s} - R \right) - 2\sigma\phi D \quad (1.44)$$

$$\frac{d\phi}{dt} = -k\phi \left(1 - \frac{D}{D_s} \right) \quad (1.45)$$

Ainsi D_s joue un rôle crucial dans le bon fonctionnement d'un laser. Bien évidemment la condition seuil correspond à $R = 1$.

Exercices d'application

Trouver l'inversion de population permettant d'atteindre le seuil de l'oscillation laser pour un laser YAG fonctionnant à $\lambda = 1,06 \mu\text{m}$. L'indice du cristal est $n = 1,5$ et la constante de temps spontanée $\tau_{sp} = 1/A_{21} = 5,5 \times 10^{-4} \text{s}$. La largeur de la transition vaut 6cm^{-1} et les pertes de cavité sont évaluées à $k = 2 \cdot 10^7 \text{s}^{-1}$.

1.3.4.2 Etats stationnaires

Le paramètre de pompe R , permet de déterminer l'état ou le régime du laser. Le régime du laser correspond au régime où le flux de photons $\phi = 0$ ou au régime $\phi \neq 0$. A l'état stationnaire le flux de photons et l'inversion de population n'évoluent plus en fonction temps $d\phi/dt$ et dD/dt sont nuls. Dans ce cas les équations du laser admettent deux solutions détaillées comme suit :

$$\begin{cases} \phi = 0 \\ D/D_s = R \end{cases} \quad (1.46)$$

$$\begin{cases} \phi = \frac{\gamma}{2\sigma}(R - 1) \\ D/D_s = 1 \end{cases} \quad (1.47)$$

L'analyse des solutions indique que la première solution existe toujours alors que la deuxième a un sens physique que si $R \geq 1$. Ceci nous permet de dégager les conclusions suivantes :

- Si $R < 1$ ($\widehat{D} < D_s$), la première solution $\phi = 0$ existe seule et est stable : on est en dessous du seuil.
- Si $R \geq 1$ ($\widehat{D} \geq D_s$), la première solution $\phi = 0$ est instable. La deuxième solution existe aussi et est stable et ϕ est une fonction linéaire de la pompe et D est une constante. On est en régime de fonctionnement stationnaire du laser

1.3.5 Notion de Gain laser

Soit un faisceau laser se propageant dans la direction Oy . Le faisceau traverse un milieu dont la longueur est L . Si l'on retient que les phénomènes d'amplification, il est possible d'évaluer le gain laser. En prenant en compte que le terme de gain dans l'équation du flux de photon nous pouvons écrire :

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{d\phi}{dt} \frac{dt}{dy} = \sigma D \phi \quad (1.48)$$

$$(1.49)$$

On définit le gain par unité de longueur (ou coefficient de gain), noté α par :

$$\alpha = \frac{1}{\phi} \frac{d\phi}{dy} = \sigma D \quad (1.50)$$

L'équation 1.50, montre que le coefficient de gain est proportionnel à l'inversion de population avec comme coefficient de proportionnalité σ la section efficace.

A l'état stationnaire en l'absence de champ le gain par unité de longueur est noté par :

$$\alpha_0 = \sigma \widehat{D} \quad (1.51)$$

α_0 est le gain non saturé en l'absence. Par ailleurs on définit également le gain saturé noté α_s qui est le gain obtenu une fois l'oscillation établie. Son expression est $\alpha_s = \sigma D_s$.

1.4 Conclusion

Dans ce chapitre les processus d'interaction entre un milieu matériel et un rayonnement ont été établis. Ces processus purement quantiques élaborés par Einstein sont l'absorption, l'émission spontanée et l'émission stimulée qui est à la base du fonctionnement d'un laser. Le modèle du laser qui tient en compte que deux transition atomiques a été exposé. Ce modèle simple a permis ainsi d'étudier les processus physiques et les caractéristiques du fonctionnement d'un laser.

Bibliographie

- [1]. D. Hennequin, V.Zehnlé , D.Dangoisse, *Les lasers* – Collection Dunod, 3eme Edition (2013)
- [2]. O. Svelto, *Principle of lasers*–Springer, FIFTH EDITION (2010)
- [3]. K.F Renk, *Basics of Laser Physics*–Springer, Second Edition, (2012)

