UNIVERSITE ALIOUNE DIOP DE BAMBEY

UFR Sciences Appliquées et Technologies de l'Information et de la Communication (UFR–SATIC)

Département de physique

Physique Nucléaire et Radiations
Chapitre 1 : Généralités sur le noyau atomique

Présenté par :
Dr. Babou DIOP

Portable : 77 418 03 07 / 76 355 66 32
Email : bibadiope@yahoo.fr babou.diop@education.sn

A. PLAN DU CHAPITRE 1 :

Généralités sur le noyau atomique

A. Plan du chapitre 1 : Généralités sur le noyau atomique

B. OBJECTIFS PEDAGOGIQUES

A la fin de ce chapitre, l'étudiant doit être capable de :

- Déterminer la composition d'un noyau ;
- Définir des isotopes, des isobares, des isotones
- Définir le moment magnétique nucléaire ;
- Estimer les dimensions d'un noyau : rayon et densité nucléaires ;
- Expliquer la courbe d'Aston ;
- Calculer le défaut de masse et l'énergie de liaison ;
- Comparer la stabilité de plusieurs noyaux ;
- Décrire les principaux modèles nucléaires ;

C. DEROULEMENT

Pré-évaluation :

1) Quel énoncé décrit le mieux la structure d'un atome ?

a) Un noyau positif entouré par des électrons compactés fermement autour de ce noyau.

b) Une particule composée d'un mélange de protons, d'électrons et de neutrons. Un petit noyau, composé de protons et de neutrons, autour duquel des électrons décrivent une orbite.

c) Un gros noyau de protons et d'électrons qui est entouré de neutrons.

2) Les isotopes sont des atomes qui ont …

a) le même nombre de protons, mais un nombre différent de neutrons.

b) le même nombre de protons, mais un nombre différent de protons.

c) le même nombre de protons et de neutrons.

d) aucune de ces réponses.

3) Qu'est-ce qui peut passer à travers une plaque d'acier dont l'épaisseur est de 20 cm ?

a) Les rayons positifs

b) Rayonnements α

c) Rayonnement β

d) Rayonnements γ

La physique nucléaire

peut être perçue, historiquement, comme étant la fille de la physique atomique et de la chimie.

peut aussi être vue comme étant la mère de la physique des particules et de la physique médicale.

Lorsque les gens entendent le mot « nucléaire », la plupart d'entre eux associent ce mot aux bombes et aux réacteurs nucléaires. Ces deux réalités ne sont pas vraiment populaires ces jours-ci.

En raison des bombes et des réacteurs nucléaires, la **physique nucléaire** a probablement été la branche de la science qui a eu le plus grand impact sur la politique du 20^{e} siècle.

Introduction

Plusieurs processus nucléaires sont utilisés autour de nous ; il y a des applications importantes de ces processus dans nos vies :

Applications médicales
Traitement du cancer

Radiations, Faisceaux d'ions
IRM (Imagerie par résonance magnétique nucléaire)

Dans l'industrie

Diagraphie des puits de pétrole, Détection de matériel

L'environnement
Datation

Radiocarbone, l'argon gazeux, datation des roches (l'archéologie : datation par rapports isotopiques)

Introduction

Des quantités importantes d'énergie sont emprisonnées par la nature dans les noyaux des atomes. L'étude des noyaux atomiques constitue donc la base qui permet de profiter de cette énergie et d'utiliser les radiations émises par les noyaux atomiques.

Dans ce module, les concepts de base de la physique nucléaire sont traités, en mettant l'accent plus particulièrement sur la structure nucléaire ainsi que sur les désintégrations radioactives, les réactions nucléaires, la fission et la fusion

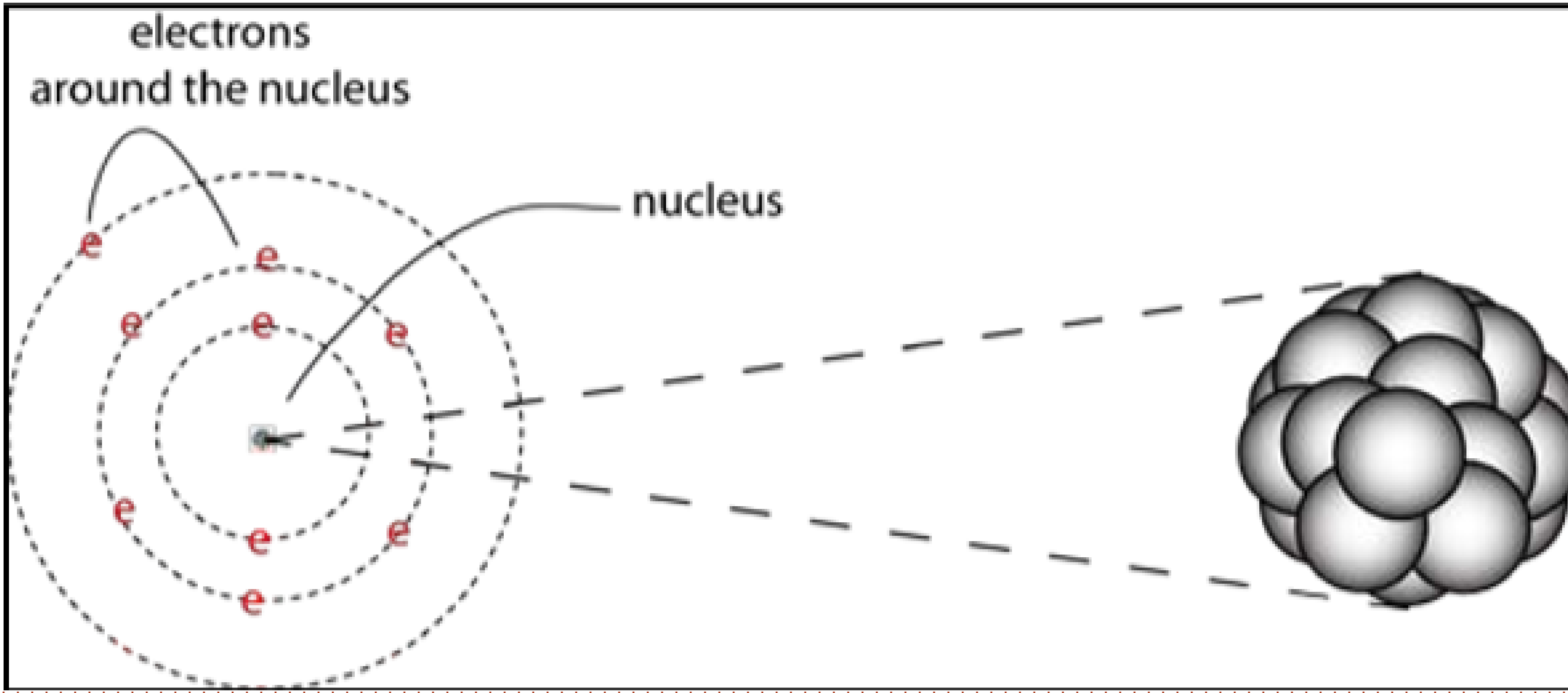
1.1. Structure du noyau

a) Constitution et symbole

Le noyau, comme l'atome est un objet composite. Ses constituants sont appelés **nucléons** qui sont eux-mêmes des composites (*Découvert, il y a une quarantaine d'années*). C'est la **Physique des Particules** qui étudie cette structure.

Pour les besoins de la **Physique Nucléaire**, on peut considérer, en première approximation les nucléons comme des objets ponctuels.

1.1. Structure du noyau : Constitution et symbole



Un noyau atomique ou **nucléide** est formé d'un nombre **A de nucléons** partagés en un nombre **Z de protons** de charge électrique positive et un nombre **N de neutrons** de charge électrique nulle.

1.1. Structure du noyau : Constitution et symbole

Un nucléide X est symbolisé par :

Nombre total de nucléons appelé nombre de masse

Nombre de protons Appelé numéro atomique

$$^{A}_{Z}X$$

Symbole de l'élément chimique

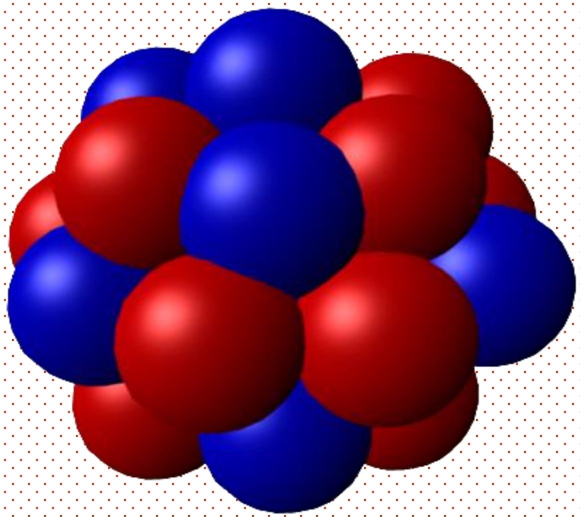
Nombre de neutrons : **N = A – Z**

<u>Exemples :</u>

$$^{6}_{3}\mathrm{Li},\ ^{10}_{5}\mathrm{B}\ \text{and}\ ^{14}_{7}\mathrm{N}$$

Caractéristiques des nucléons :

	Masse (MeV/c^2)	charge (C)
proton	938.272013 ± 0.000023	$1.602176487(40) \times 10^{-19}$
neutron	939.565346 ± 0.000023	0



Les protons et les neutrons sont maintenus ensemble par une force nucléaire **interaction forte** :

- **Courte portée** (effet négligeable au delà de 10^{-14} m)
- **Très intense :** 2 protons distants dans le noyau de $1{,}7.10^{-15}$ m, force nucléaire 100 x la force de répulsion électrostatique

1.1. Structure du noyau

b) Isotopes, isobares, isotones

Isotopes :

Deux noyaux sont des isotopes s'ils ont le même numéro atomique Z.

L'hydrogène : $^{1}_{1}H$, $^{2}_{1}H$ et $^{3}_{1}H$; Carbone : $^{12}_{6}C$, $^{13}_{6}C$, $^{14}_{6}C$

Il s'agit donc du même élément chimique mais le noyau contient un nombre différent de neutrons.

Ils ont le même nombre d'électrons (Z), ils ont des propriétés chimiques similaires.

Les noyaux de **Z pair** ont souvent beaucoup plus d'isotopes stables que les noyaux de **Z impairs** :

Rubidium un seul isotope stable : $^{85}_{37}Rb$

Krypton en possède 6 : $^{78}_{36}Kr$, $^{80}_{36}Kr$, $^{82}_{36}Kr$, $^{83}_{36}Kr$, $^{84}_{36}Kr$, $^{86}_{36}Kr$

On parle souvent de noyaux **pair–pair**, **pair–impair, impair–pair ou impair–impair**. La première qualification se réfère au nombre de protons et la seconde au nombre de neutrons.

Ainsi le $^{40}_{20}Ca$ est un noyau **pair–pair** alors que le noyau $^{235}_{92}U$ est un noyau **pair–impair**.

Cependant, leur masse atomique distincte permet de les séparer à l'aide d'une centrifugeuse ou d'un spectromètre de masse.

Les isotopes se différencient également par leur stabilité et leur demi-vie (ou période radioactive) : les isotopes déficitaires ou excédentaires en neutrons sont souvent plus instables, et donc radioactifs.

Isobares :

Deux noyaux sont isobares s'ils ont le même nombre de masse A (nombre de nucléons) mais de nombre de protons différent.

${}^{14}_{6}C$ et ${}^{14}_{7}N$; ${}^{24}_{11}Na$ et ${}^{24}_{12}Mg$; ${}^{64}_{28}Ni$, ${}^{64}_{29}Cu$ et ${}^{64}_{30}Zn$

Il s'agit d'éléments chimiques distincts ayant donc des propriétés chimiques différentes.

Isotones :

Des isotones sont des noyaux ayant le même nombre de neutrons.

${}^{13}_{6}C$ et ${}^{14}_{7}N$; ${}^{14}_{6}C$ et ${}^{15}_{7}N$; ${}^{39}_{19}K$ et ${}^{40}_{20}Ca$

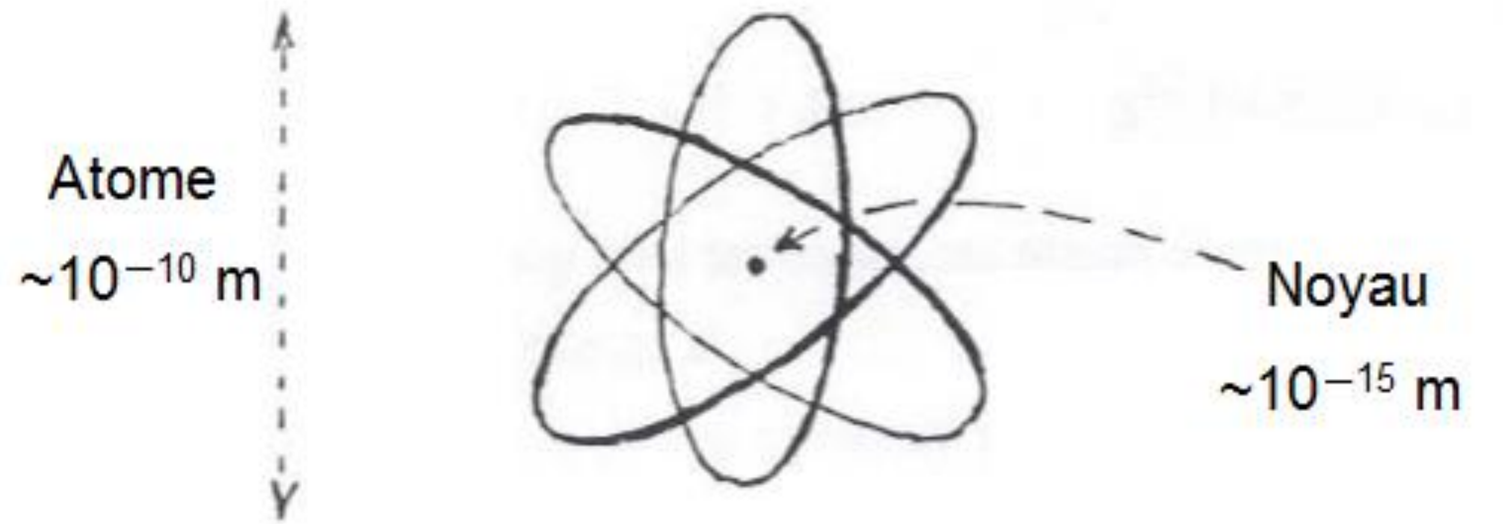
Les isotones ont des propriétés chimiques différentes.

1.2. Grandeurs fondamentales du noyau

a) Dimensions du noyau

La matière est constituée d'atomes. Ces derniers ont des dimensions de l'ordre d'Angström Å (1 Å = 10^{-10} m = 100 pm où 1 pm = 10^{-12} m).

Le noyau, beaucoup plus petit que l'atome, peut être considéré comme pratiquement ponctuel de dimensions de l'ordre de femtomètre (1 fm = 10^{-15} m).



En général, les noyaux atomiques ont une forme sphérique. Son rayon R est approximativement donné par l'expression :

$$\boxed{R = r_0.A^{1/3}}$$

Avec $\mathbf{r_0 \sim 1{,}2.10^{-15}\ m}$ et **A** = Nombre de masse

En effet, le volume d'un noyau de nombre de masse A est la somme du volume des nucléons (tous les nucléons ont le même volume et le même rayon) :

$$V = A \times V_n = A \times \frac{4}{3}\pi r_0^3 \qquad (1)$$

Soit **R**, le rayon du noyau $\Rightarrow$ $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ (2)

(1) = (2) $\Rightarrow$ $$A \times \frac{4}{3}\pi r_0^3 = \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$\Rightarrow A \times r_0^3 = R^3$$

$$\Rightarrow R = \sqrt[3]{A \times r_0^3} = \sqrt[3]{A} \times r_0 = A^{\frac{1}{3}} \cdot r_0$$

La masse des particules constituant un atome sont :

- électron : $m_e = 9{,}109389 \times 10^{-31}$ kg
- proton : $m_p = 1{,}672623 \times 10^{-27}$ kg

Comparer la masse d'un électron celle d'un proton.

$m(e^-) \approx (1/1836)*m(p)$

$\Rightarrow$ Toute la charge positive et pratiquement toute la masse de l'atome sont concentrées dans le noyau atomique : **Structure Lacunaire**

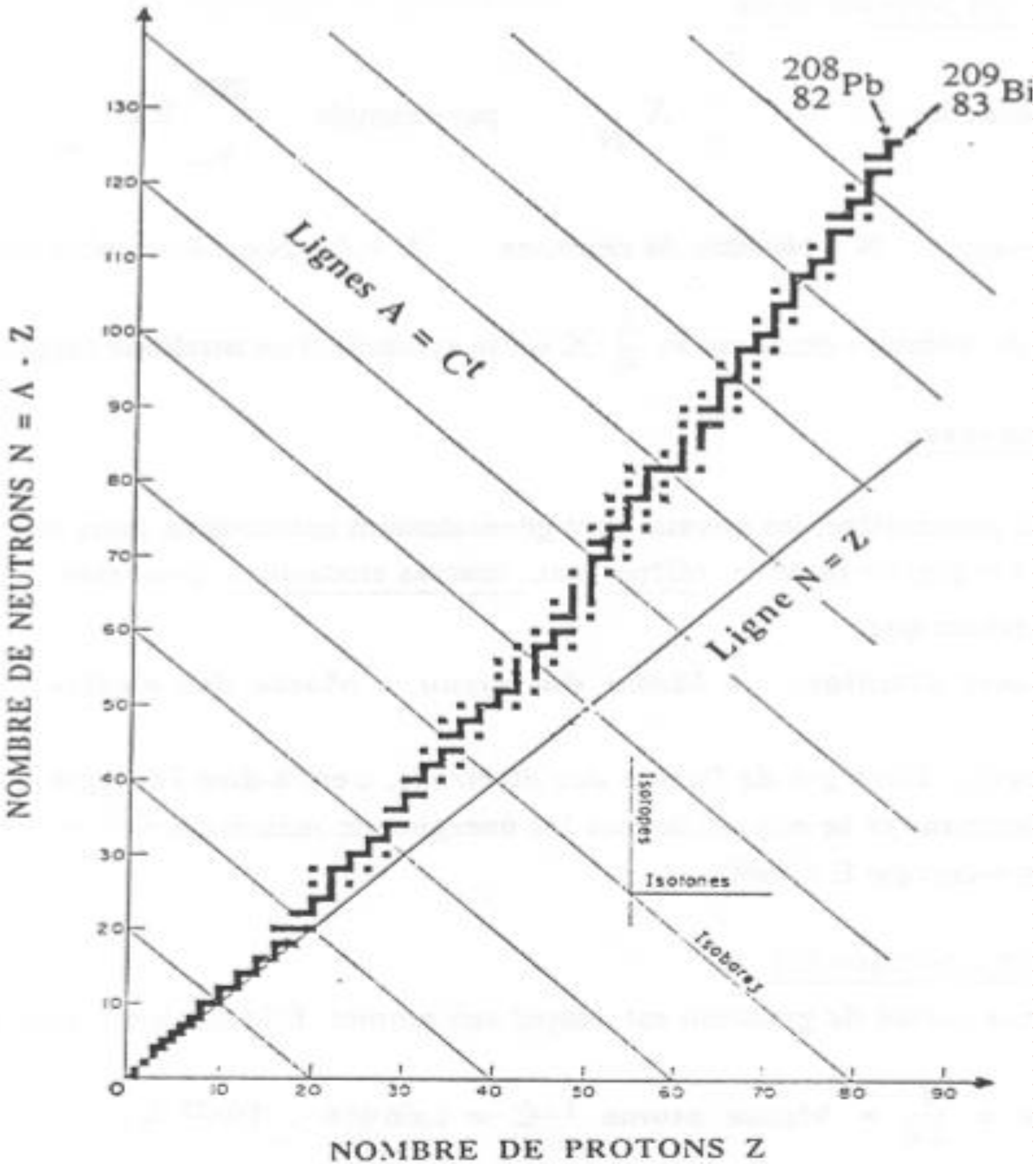
1.2. Grandeurs fondamentales du noyau

b) Stabilité des noyaux

On appelle noyaux stables ceux qui ont une vie moyenne comparable à l'âge de l'univers, soit **~10^{10} ans** (*On en connait environ 275*).

Les autres noyaux connus (*plusieurs milliers*) sont instables. Ils peuvent subir la désintégration radioactive.

Si l'on représente chaque isotope par un point sur un diagramme (Z, N), d'abscisse le nombre de protons Z et d'ordonnée le nombre de neutrons N, on obtient la figure suivante :

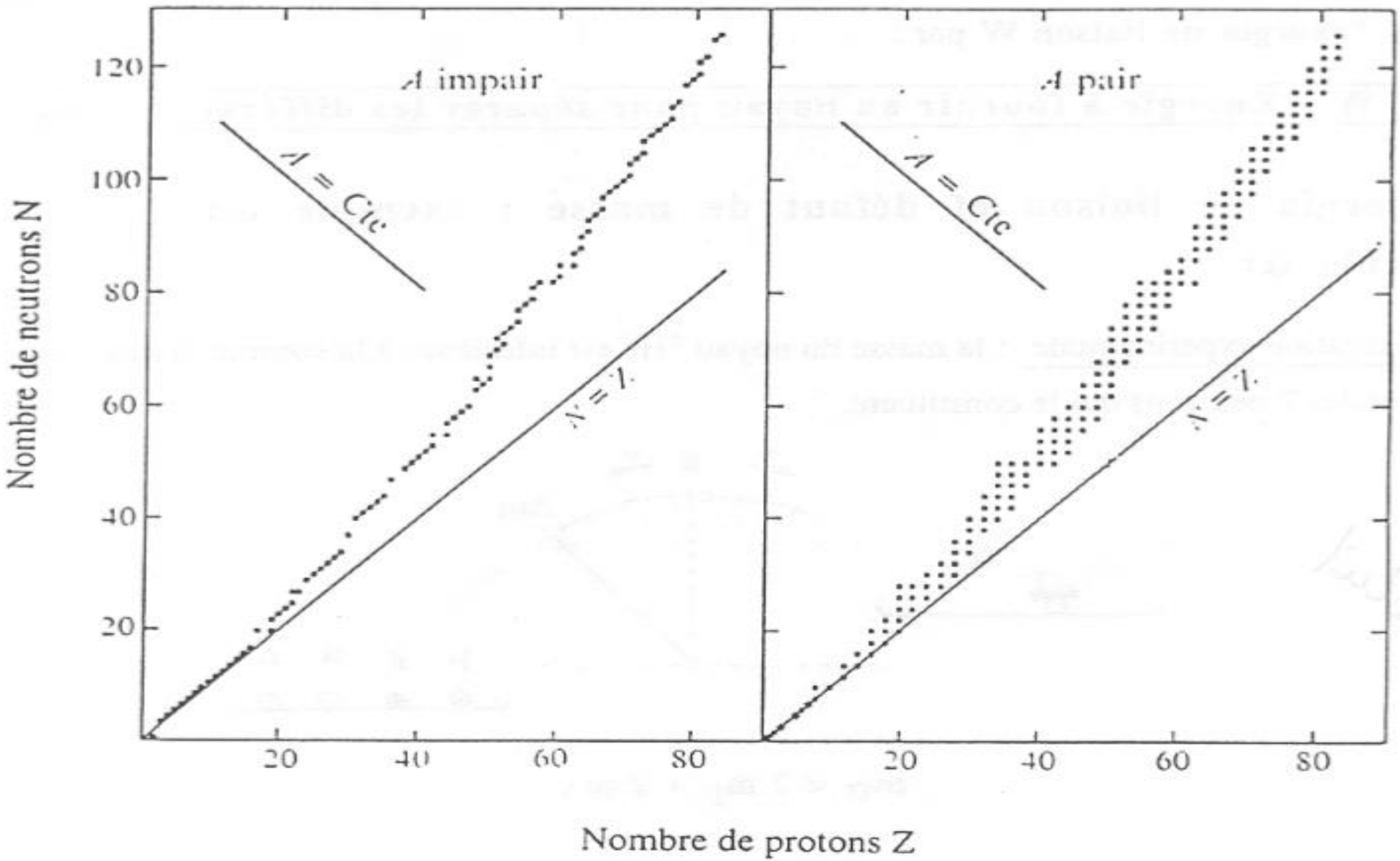


Les noyaux stables :

- ❑ N = Z : pour les noyaux légers,
- ❑ N > Z : Pour les noyaux lourds **(pour contrebalancer la répulsion électrostatique entre protons)**

1.2. Grandeurs fondamentales du noyau : Stabilité des noyaux

Représentation (N, Z) du nombre de neutrons en fonction du nombre de protons pour les noyaux stables de A impair et de A pair



Les noyaux stables de A pair et de A impair :

- La stabilité des noyaux est liée au fait que les nucléons de même nature peuvent se grouper par paires. Sur 266 noyaux stables, il y'en a :
  - ✓ 160 noyaux de Z **et** N **pairs**,
  - ✓ 102 noyaux de Z **ou** N **pairs**,
  - ✓ 4 noyaux Z **et** N **impairs**

1.2. Grandeurs fondamentales du noyau

c) Unité de masse atomique

En physique atomique ou nucléaire, pour avoir la masse d'une particule, il est plus commode de l'exprimer en **unité de masse atomique (u.m.a.)** dont l'abréviation officielle est **u**.

L'unité de masse atomique est égale à un douzième de la masse d'un atome $^{12}_{6}$**C**. (A calculer. On donne : $\mathcal{N}$ = 6,0220648.10^{23})

$$1\ u = \frac{1}{12} * \text{Masse atome } ^{12}C = 1{,}66056\ .\ 10^{-27}\ kg$$

1.2. Grandeurs fondamentales du noyau : Unité de masse atomique

A l'échelle atomique, l'énergie est exprimée en **électronvolt (eV)** et ses multiples tel que : **$1\ eV = 1{,}6.10^{-19}$ j**

$1\ MeV = 1{,}6.10^{-13}$ j

Dans sa théorie de la relativité, A. Einstein a montré qu'il y avait équivalence entre l'énergie et la masse : Une particule de masse m au repos possède une énergie E donnée par : **$E = mc^2$**

où **$c = 2{,}995878.10^{8}\ m.s^{-1}$** est la vitesse de la lumière

Cette relation d'équivalence masse-énergie fait apparaitre une nouvelle unité de masse, **MeV/c^2** tel que : **$1.u = 931{,}5\ Mev/c^2$ (A vérifier)**

1.2. Grandeurs fondamentales du noyau

d) Énergie de liaison et défaut de masse

1) Définition :

Les noyaux des atomes contiennent des protons (chargés positivement) et des neutrons (non chargés) qui forment un système stable malgré le fait que les protons subissent la force de répulsion coulombienne.

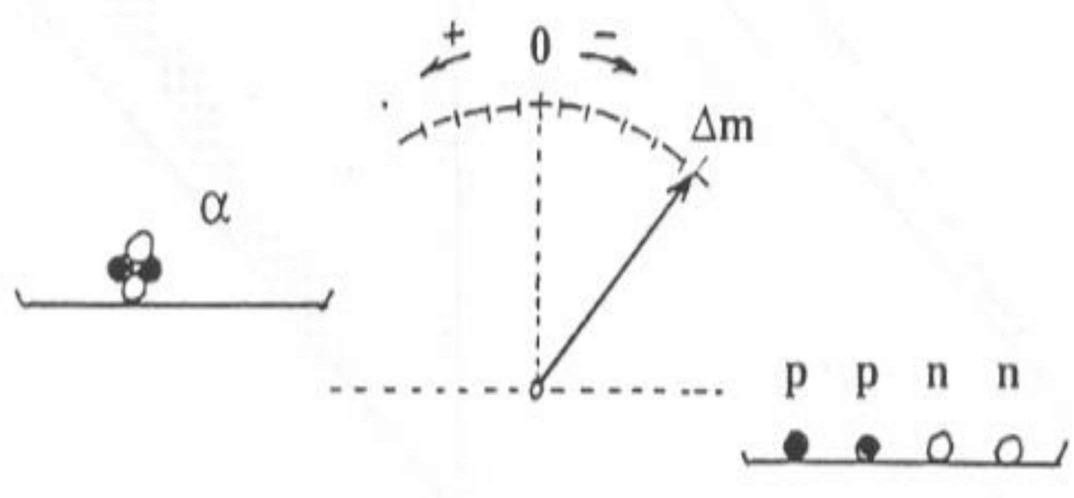
Cette stabilité du noyau est due à l'existence d'une quelconque force de liaison entre les nucléons.

L'énergie de liaison totale est définie comme étant l'énergie (la quantité de travail) à fournie au noyau pour séparer les différents nucléons.

2) Énergie de liaison et défaut de masse :

- Exemple du noyau d'Hélium (particule α) :

Observation expérimentale :



$$m(\alpha) < 2.m_p + 2.m_n$$

Il y'a donc perte de masse lors de la fusion de 2 protons et 2 neutrons pour former le noyau d'hélium : $\Delta m = m(\alpha) - 2.m_p + 2.m_n < 0$

D'après l'équivalence masse – énergie $E = m.c^2$:

Variation de masse Δm $\Rightarrow$ Variation d'énergie $\Delta E = \Delta m.c^2$

❑ Généralisation : un noyau ${}^{A}_{Z}X$

La masse d'un noyau au repos est toujours inférieure à la somme des masses des nucléons qui le compose. Cette différence de masse est appelée défaut de masse (Δm) et se calcule comme suit :

$$\Delta m = Z.m_p + (A - Z).m_n - m(X)$$

L'énergie de liaison E_l d'un noyau est en rapport avec son défaut de masse :

$$E_l = \Delta m.c^2 = [Z.m_p + (A - Z).m_n - m(X)].c^2$$

Cette énergie est positive puisqu'elle est reçu par le système considéré (noyau).

3) Energie de liaison par nucléon et courbe d'Aston :

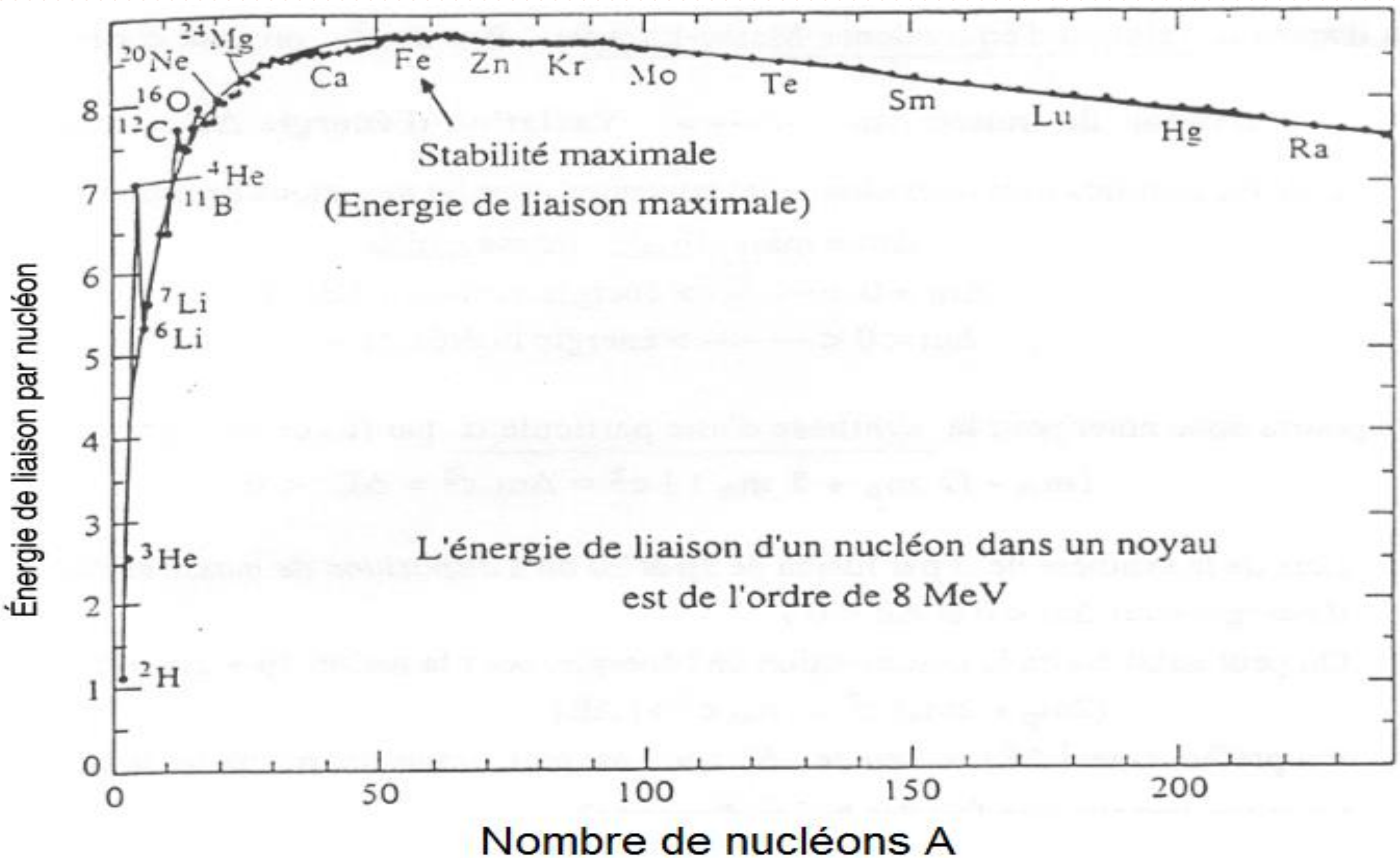
❑ Energie de liaison par nucléon :

Elle est égale à l'énergie de liaison du noyau divisée par le nombre de nucléons présents dans ce noyau :

$$E_A = E_l/A$$

❑ Courbe d'Aston :

C'est la courbe représentant $\mathbf{E_A = f(A)}$. Elle permet de comparer la stabilité de différents noyaux atomiques.



Évaluation formative

1) Le rayon du noyau est d'environ : 10^{-6} m ; 10^{-13} cm ; 10^{-10} m ; 10^{-12} m

2) Quelles paires parmi les suivantes sont isobare, isotope, isotone ?

   a) ${}^{1}_{1}H$ et ${}^{2}_{1}H$ b) ${}^{2}_{1}H$ et ${}^{3}_{1}H$ c) ${}^{30}_{15}P$ et ${}^{30}_{14}Sr$

3) quelle est la différence entre les atomes ${}^{235}_{92}U$ et ${}^{238}_{92}U$?

4) Si l'énergie de liaison du deutérium (${}^{2}_{1}H$)est de 2,23 MeV, déterminer le défaut de masse en u.m.a. (Note : 1 u.m.a. = 931 MeV).

5) Calculer les énergies de liaison des noyaux suivants puis juger leur stabilité

   ${}^{238}_{92}U$; ${}^{4}_{2}He$; ${}^{56}_{26}Fe$

1.2. Grandeurs fondamentales du noyau

e) Masse et teneur isotopique

Les propriétés du noyau précédemment présentées, ainsi que les énergies de liaison, etc., sont les quantités fondamentales qui déterminent l'abondance des éléments et des isotopes dans la nature.

L'abondance isotopique (ou teneur isotopique) est le rapport du nombre des atomes d'un isotope donné d'un élément au nombre total des atomes de cet élément contenus dans une matière. Elle est exprimée en pourcentage.

$$r_{12} = \frac{N(\text{isotope } 1)}{N(\text{isotope } 2)} \text{ x } 100$$

où N(isotope) représente le nombre d'atomes de l'isotope considéré dans un échantillon.

1.2. Grandeurs fondamentales du noyau : Masse et teneur isotopique

Exemple : L'uranium naturel qui contient principalement 2 isotopes

- ^{238}U présent à **99,2745%** et ^{235}U représentant **0,720%**.

L'isotope ^{234}U est en très faible quantité (0,0055%) et résulte de la désintégration de ^{238}U.

- ⇒ Dans 100.000 noyaux d'uranium naturel il y a en moyenne 99.275 noyaux ^{238}U et 720 noyaux ^{235}U.

Les rapports isotopiques servent à la datation (datation d'événements géologiques, décryptage des processus géodynamiques). Ils trouvent aussi d'autres applications dans des domaines variés.

La masse atomique d'un élément correspond à la masse atomique moyenne des isotopes de cet élément.

Exemple : Calculez la masse atomique de l'élément lithium.

- ^{6}Li : De teneur isotopique 7,5% et masse atomique 6,015122.u.
- ^{7}Li : De teneur atomique 92,5% et masse atomique 7,016003.u

Réponse : Masse atomique du Lithium = 6,9409.u

1.2. Grandeurs fondamentales du noyau

f) Densité nucléaire

Comme pour un atome, le rayon d'un noyau n'est pas une quantité précisément définie car la densité de matière ne tombe pas de manière abrupte à zéro lorsqu'on arrive à la surface.

Pour étudier la répartition de masse dans le noyau, on utilise comme projectiles des neutrons de haute énergie. La densité de nucléons (distribution des nucléons dans le noyau) au centre du noyau est :

$$\rho_{nucleon} \approx \frac{A}{\frac{4}{3}\pi R^3} \approx \frac{1}{\frac{4}{3}\pi r_0^3} \approx 0,14 \text{ nucléon/fm}^3 \text{ ou } 10^{14} \text{ g/cm}^3$$

$$\rho_{nucleon} \approx \frac{A}{\frac{4}{3}\pi R^3} \approx \frac{1}{\frac{4}{3}\pi r_0^3} \approx 0,14 \text{ nucléon/fm}^3 \text{ ou } 10^{14} \text{ g/cm}^3$$

La densité nucléaire est très élevée (~ 10^{17} kg.m^{-3}) $\Rightarrow$ La quasi totalité de la masse de l'atome y est concentrée.

Ce résultat important montre que la densité de matière est approximativement constante à l'intérieur du noyau et que sa valeur est à peu près la même quel que soit le noyau considéré.

Pour connaître la répartition de charges dans le noyau on le bombarde avec des électrons dont on étudie la déviation.

En première approximation, la densité de charge, ρ suit approximativement une loi de la forme :

$$\rho(r) = \frac{\rho(0)}{1+\exp\left(\frac{r-R}{a}\right)} \quad \text{avec} \quad R = 1{,}07A^{1/3} \text{ et } a = 0{,}55 \text{ fm}$$

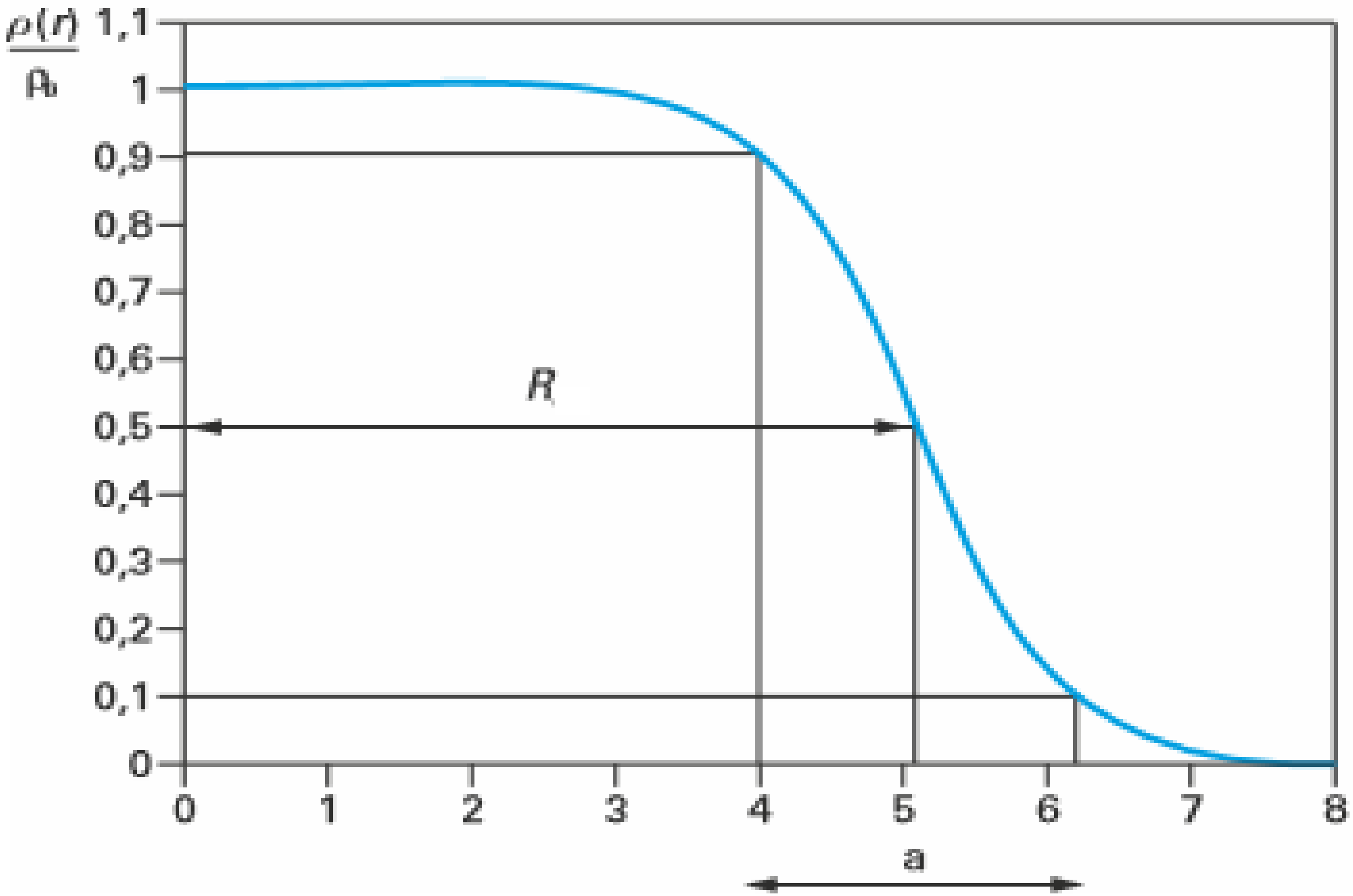
r : est la distance mesurée en coordonnées sphériques à partir du centre du noyau et

R : le rayon de charge du noyau (*la distance à laquelle la densité centrale a diminué de moitié*).

a : épaisseur de surface = à la distance entre laquelle la densité passe de 90% à 10% de la densité centrale.

Sa valeur de est pratiquement indépendante de la taille du noyau

1.2. Grandeurs fondamentales du noyau : Densité nucléaire



Forme de la variation de la densité de charge en fonction de la distance r au centre du noyau atomique.

1.3. Modèles nucléaires

a) Justification

Comme les atomes, un noyau à l'état stable peut être porté à un état excité. Les transitions entre états excités s'effectuent par émission de rayonnement électromagnétique (ray γ) de façon analogue avec ce qui sa passe pour les atomes (émission de lumière).

Mais il y'a une différence fondamentale entre les propriétés dynamiques des noyaux et celles des atomes :

- ❖ Les états atomiques sont séparés par des énergies de l'ordre de quelques eV.
- ❖ Les états nucléaires sont séparés par des énergies de l'ordre comprise entre 10^4 et 10^6 eV.

1.3. Modèles nucléaires : Justification

Les électrons atomiques sont liés par le champ coulombien central :

$V(r) = -9.10^9.(Ze^2/r)$ défini par le numéro atomique Z.

L'interaction entre électron est négligeable parce que très faible. Il est donc ici possible de concevoir un modèle à particules indépendantes.

Dans le volume nucléaire, l'interaction entre nucléons est une interaction très forte, il n'est donc pas question de la négliger d'où la difficulté de concevoir un modèle à particules indépendantes.

Dans le cas du noyau, un modèle faisant intervenir une partie où la totalité des nucléons conviendrait mieux.

1.3. Modèles nucléaires

b) Modèle de la goutte liquide

Ce modèle dit de la goutte liquide, élaboré par Carl Friedrich von Weizsäcker (1935) et Niels Bohr (1937) permet de retrouver certaines propriétés des noyaux, comme l'énergie de liaison, le rayon ou la stabilité vis à vis de la radioactivité β et de la fission spontanée.

Il ne permet toutefois pas d'expliquer certaines propriétés plus fines des noyaux (niveaux d'énergie des nucléons, transitions nucléaires, ...), ce que font mieux des modelés dits à particules indépendantes car le modelé de la goutte liquide est un modelé collectif.

1) Hypothèses de base :

- Le "liquide" nucléaire est incompressible et "universel",
- Dans son état stable non perturbé, le noyau est sphérique et son rayon est proportionnel à la racine cubique du nombre A de nucléons (**$R = r_0.A^{1/3}$**),
- Dans le noyau, la densité volumique de charge est constante $\Rightarrow$ la probabilité d'existence des protons est la même en tout point du noyau,
- La force de cohésion ne dépend pas de la charge (interaction forte). Nous verrons qu'elle est maximale quand le nombre de protons et de neutrons sont les mêmes.

1.3. Modèles nucléaires : Modèle de la goutte liquide

2) Energie de liaison, formule de Bethe-Weizsäcker :

Le modèle conduit à la formule semi-empirique de Bethe-Weizsäcker pour l'énergie de liaison :

$$B(Z,A) = a_v A - a_{surf} A^{2/3} - a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_{sym} \frac{(N-Z)^2}{A} + \delta(Z,N)$$

Energie de volume

Energie de surface

Energie coulombienne

Terme d'asymétrie

Terme d'appariement

Nous allons discuter de l'origine physique de chacun des 5 termes :

1.3. Modèles nucléaires : Modèle de la goutte liquide

➢ **Energie de volume :**

En première approximation, l'énergie de liaison est la même pour tous les nucléons. Donc, l'énergie de liaison totale doit être proportionnelle au nombre A de nucléons :

$$B(Z,A) = a_v A$$

Le coefficient $\boldsymbol{a_v}$ correspond donc à l'énergie de liaison moyenne par nucléon.

➢ **Energie de surface :**

Les nucléons à la surface de la "goutte" ne sont liés qu'aux nucléons internes, ils ont moins de voisins que ceux situés au cœur du noyau. Nous devons donc soustraire un terme proportionnel à l'aire de la surface **($S = 4\pi R^2$)** donc à $\mathbf{A^{2/3}}$.

La correction de surface doit conduit à l'expression

$$B(Z,A) = a_v A - a_{surf} A^{2/3}$$

➢ Energie coulombienne :

La répulsion électrostatique entre protons tend à diminuer l'énergie de liaison. Le noyau étant sphérique par hypothèse, la diminution sera égale à l'énergie électrostatique d'une sphère uniformément chargée, de charge totale la charge totale des protons **(Z.e)**.

Calculons de l'énergie électrostatique coulombienne notée Ec :

Soit ρ la densité volumique de charge :

$$\rho = \frac{Ze}{\frac{4}{3}\pi R^3}$$

Pour cala, calculons le travail dW nécessaire pour créer la couche sphérique de rayon r et d'épaisseur dr.

Le Théorème de Gauss donne :

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 r}\left(\frac{4}{3}\pi r^3 \rho\right)$$

On a alors :

$$dW = dq \cdot V = \frac{4\pi}{3\epsilon_0}\rho^2 r^4 dr$$

L'énergie totale se calcule en sommant toutes les coquilles jusqu'au rayon $R = r_0 . A^{1/3}$ du noyau :

$$|E_c| = \frac{3}{20\pi\epsilon_0}\frac{Z^2e^2}{R} = \frac{3}{5}\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_0}\frac{Z^2}{A^{1/3}}$$

Par comparaison à l'énergie coulombienne dans la formule de Bethe-Weizsäcker, on en déduit l'expression de a_c :

$$a_c = \frac{3}{20\pi\epsilon_0}\frac{e^2}{r_0}$$

L'expression de l'énergie de liaison B soit modifiée ainsi :

$$B(Z,A) = a_v A - a_{surf} A^{2/3} - a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}}$$

Deux autres corrections interviennent. Elles sont de nature quantique.

Terme d'asymétrie :

Le quatrième terme, a_{sym}**(N – Z)²/A** est le terme d'asymétrie. Il vient de ce que, pour les noyaux lourds, le nombre de neutrons est supérieur à celui des protons pour compenser en partie la répulsion coulombienne de ces derniers. L'excès de neutrons par rapport aux protons se traduit par une diminution de l'énergie de liaison proportionnelle à la différence entre le nombre de neutrons (N) et le nombre de protons (Z).

Ce terme d'asymétrie est aussi inversement proportionnel à la masse du noyau.

En effet pour un même excès de neutron, la diminution d'énergie de liaison sera d'autant plus faible que le noyau contient un grand nombre de nucléons.

Le terme d'asymétrie est plus important pour les noyaux légers que pour les noyaux lourds.

➢ Terme d'appariement :

Le dernier terme est une correction provenant du fait que les nucléons ont tendance à s'apparier (*force de pairing*). Ce terme dépend de la parité de N et de celle de Z :

$$\delta(Z,N) = a_p \times \frac{(-1)^Z + (-1)^N}{2} A^{-1/2}$$

$\delta = 0$	pour les noyaux pair-impair ou impair-pair (A impair)
$\delta = a_p \dfrac{1}{A^{1/2}}$	pour les noyaux pair-pair (Z et $(A - Z)$ pairs)
$\delta = -a_p \dfrac{1}{A^{1/2}}$	pour les noyaux impair-impair (Z et $(A - Z)$ impairs)

1.3. Modèles nucléaires : Modèle de la goutte liquide

Nous comprendrons mieux après la présentation du modèle en couches.

L'expression de B(Z, A) est alors :

$$B(A,Z) = a_v \times A - a_s \times A^{2/3} - a_c \times \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_a \times \frac{(N-Z)^2}{A} + a_p \times \frac{(-1)^Z + (-1)^N}{2\ A^{1/2}}$$

Par analogie à l'énergie de liaison d'un noyau :

$$\mathrm{B}(Z, A) = \left[Zm_p + (A - Z)m_n - M(A,Z)\right] c^2$$

La masse du nuclide M(A,Z) est reliée à celle de ses constituants (protons et neutrons) par la relation :

$$M(A,Z)c^2 = Zm_p c^2 + (A-Z)m_n c^2 - a_V A + a_s A^{2/3} + a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} + a_a \frac{(A-2Z)^2}{A} + \delta$$

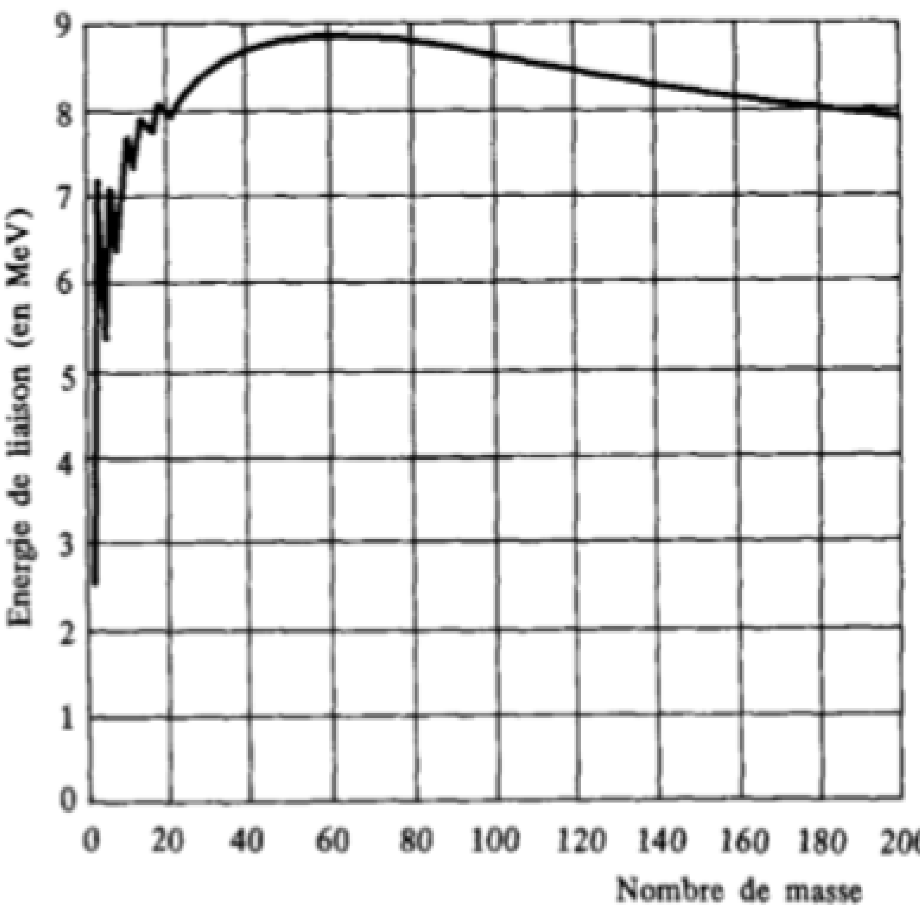
3) Détermination des coefficients

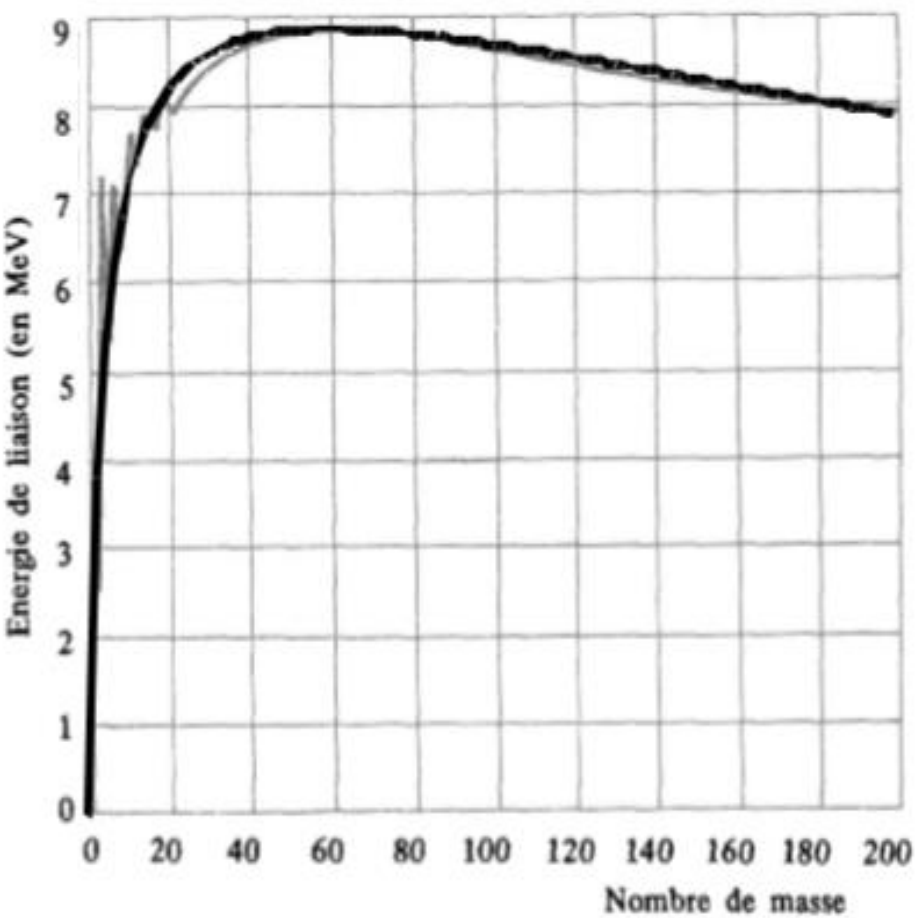
C'est une formule semi- empirique dont la détermination des coefficients de la formule de Bethe-Weizsäcker se fait en ajustant les données expérimentales à l'expression de façon à décrire au mieux l'ensemble des atomes. Cet ajustement varie en fonction des données utilisées (nombre et propriétés des noyaux, précision des mesures expérimentales, …).

a_V (MeV)	a_s (MeV)	a_c (MeV)	a_a (MeV)	a_p (MeV)
15,46	17,23	0,697	23,285	12

Le résultat est satisfaisant : le défaut de masse est déterminé par la formule de Bethe et Weizsäcker à mieux que 1% près pour A > 20.

Courbe : Energie de liaison par nucléon : B/A





Ajustement théorique

4) Applications : Détermination de l'isobare le plus stable

De même qu'en physique atomique certaines configuration électroniques sont particulièrement stables (celle des gaz rares), de même certains noyaux présentent une valeur élevée du rapport B/A.

Dès lors, la question suivante surgit naturellement : le nombre de masse, A; étant donné, quelle est la répartition des nombres de protons, Z ; et de neutrons, N = A – Z ; qui correspondent à la configuration la plus stable ?

Pour traiter cette question, nous ne tenons pas compte du terme d'appariement qui varie de façon discontinue et nous posons $\left(\frac{\partial B}{\partial Z}\right)_A = 0$ afin de déterminer les configurations de stabilité maximale.

Pour une valeur de A donnée, l'énergie de liaison des isobares dans le modèle de la goutte liquide peut s'écrire en ordonnant selon Z :

$$B(Z,A) = (-a_c\ A^{-1/3} - 4a_a A^{-1})Z^2 + 4a_a Z + \left[(a_V - a_a)\ A - a_s A^{2/3} + \delta\right]$$

Pour A impair, δ = 0 et B(A, Z) est une parabole en fonction de Z.

⇒ Le minimum de la parabole, au sens du modèle de la goutte liquide, est obtenu si : $\left(\frac{\partial B}{\partial Z}\right)_A = 0$

On obtient alors : $$Z_{\min} = \frac{A}{2 + \frac{1}{2}\left(a_c/a_a\right) A^{2/3}} \simeq \frac{A}{2 + 0,015\ A^{2/3}}$$

À nombre de nucléons A donné, le nombre de protons correspondant à la plus grande stabilité du nuclide est donné par cette relation.

Il faut prendre l'entier le plus proche de Z_{min} car le numéro atomique est un nombre entier.

Exemple :

- Pour A = 177 par exemple, on trouve $Z_{min} = 71,6 \Rightarrow$ Il faut donc prendre Z = 72 qui est le $^{177}_{72}Hf$.
- Pour A = 179, on trouve $Z_{min} = 72,3 \Rightarrow$ Z = 72 qui est le $^{179}_{72}Hf$.
- Pour A = 208, on obtient $Z_{min} = 81,77 \Rightarrow$ le noyau $^{208}_{82}Pb$ est l'un des plus stables.

4) Applications : Excès de masse et énergie de liaison

Au premier ordre la masse atomique $M_a(A, Z)$ d'un élément est donnée par le nombre de masse A.

Mais en général, la masse réelle d'un atome $M_a(Z, A)$ diffère en général de A (*en unités de masse atomique*). Cette différence est nommée « excès de masse » **$\delta M(Z, A)$.**

La masse atomique est : $\boxed{M_a(A,Z).c^2 = M(A,Z).c^2 + Zm_e.c^2 - B_a(A,Z)}$

Énergie de liaison atomique (*des électrons*) qui est généralement négligeable.

$$\boxed{\begin{aligned} M_a(A,Z).c^2 &= Zm_p.c^2 + (A-Z)m_n.c^2 - B(A,Z) + Zm_e.c^2 \\ &= ZM_a(H).c^2 + (A-Z)m_n.c^2 - B(A,Z) \end{aligned}}$$

$$B(A,Z)=\left[ZM_a(H)+(A-Z)m_n-M_a(A,Z)\right].c^2$$

L'excès de masse **δM(Z, A)** est définie par : $\delta(A,Z)=M_a(A,Z)-A\times u.m.a$

$\Rightarrow$ Son équivalence en énergie est : $\delta(A,Z)(MeV)=M_a(A,Z).c^2-931,5.A$

Ainsi, connaissant l'excès de masse, on peut déduire l'énergie de liaison d'un noyau (et inversement) :

$$B(A,Z)=\left[Z\delta(H)+(A-Z)\delta_n-\delta(A,Z)\right].c^2$$

$\delta(H)$ = 7,239 MeV/c^2

Excès de masse de l'atome d'hydrogène

δ_n = 8,071 MeV /c^2

Excès de masse du neutron

4) Applications : Paraboles de stabilité

La formule de Weizsäcker permet d'exprimer la stabilité d'un noyau en fonction des nombres A et Z. Considérons une série d'isobares (même nombre de A) :

On a : $$M_a(A,Z).c^2 = ZM_a(H).c^2 + (A-Z)m_n.c^2 - B(A,Z)$$

Elle peut s'écrire selon la formule Weizsäcker sous la forme d'un polynôme de second ordre auquel s'ajoute le terme d'appariement :

$$\boxed{M_a(A,Z).c^2 = \alpha Z^2 + \beta Z + \gamma \pm \delta}$$

$$\alpha = \frac{a_c}{A^{1/3}} + \frac{4a_a}{A} \quad ; \quad \beta = (M_a(H) - m_n)c^2 - 4a_a \quad ; \quad \gamma = (m_n c^2 - a_v + a_a)A + a_s A^{2/3}$$

Le terme d'appariement est à priori variable.

Cas A impair :

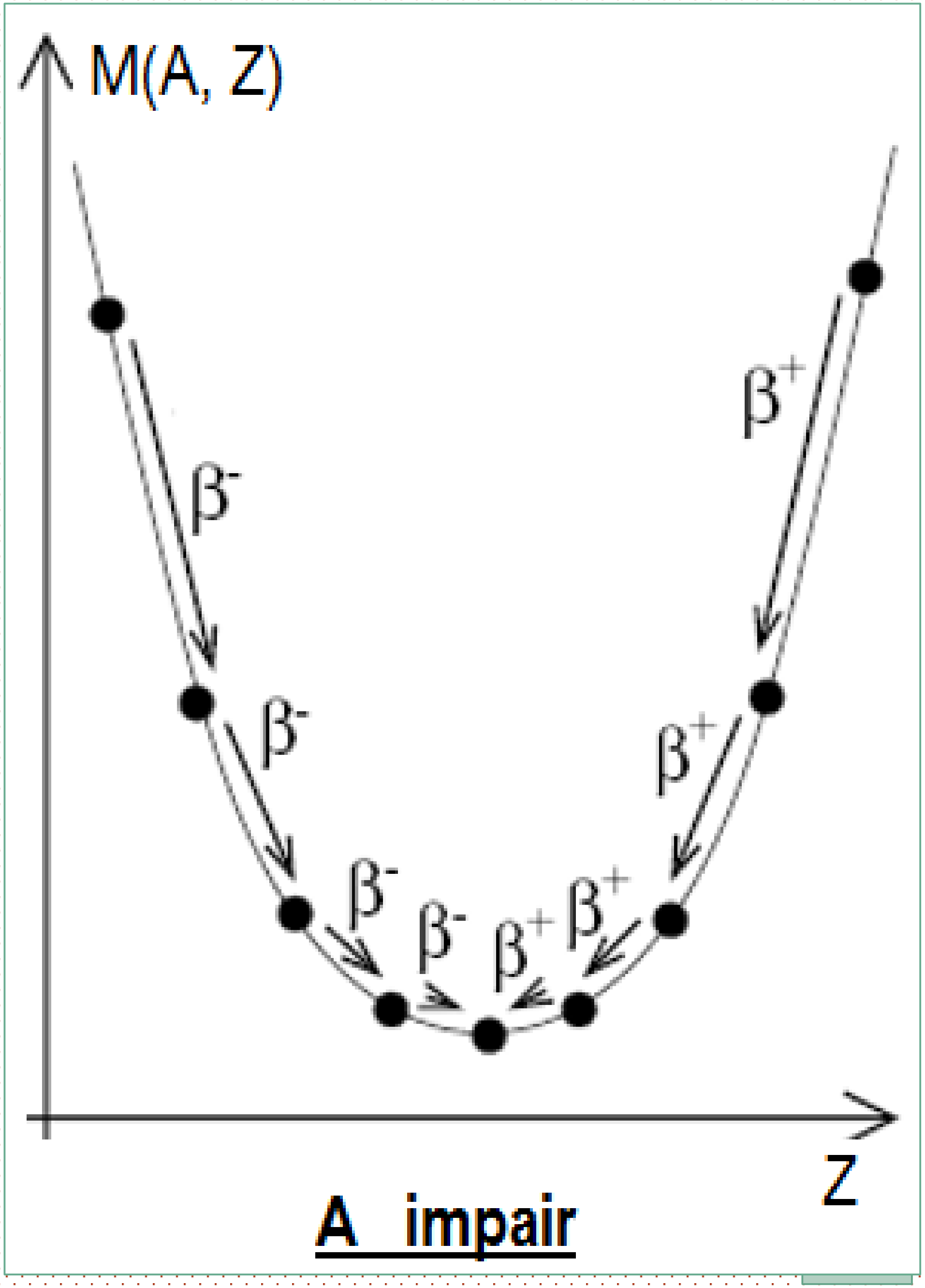
Le terme d'appariement est ici nul, quelque soit la valeur de Z. L'expression de M(A, Z) passe donc par un minimum en Z = Z_0 vérifiant $\left(\frac{\partial M(A,Z)}{\partial Z}\right)_{A=cste} = 0$

$$\Rightarrow \qquad Z_0 = -\frac{\beta}{2.\alpha} = \frac{4a_a}{2\left(a_c A^{-1/3} + 4a_a A^{-1}\right)}$$

L'isobare stable est obtenu en prenant pour Z l'entier le plus proche de Z_0.

Les autres isobares vont vouloir tous se désintégrer par β^+, β^- ou Capture d'électrons pour se rapprocher de Z_0.

- ❑ Sur la branche de droite se désintègre par émission β^+ et/ou C.E. car on a diminution de Z,
- ❑ Sur la branche de gauche, la désintégration se fait par émission β^-.

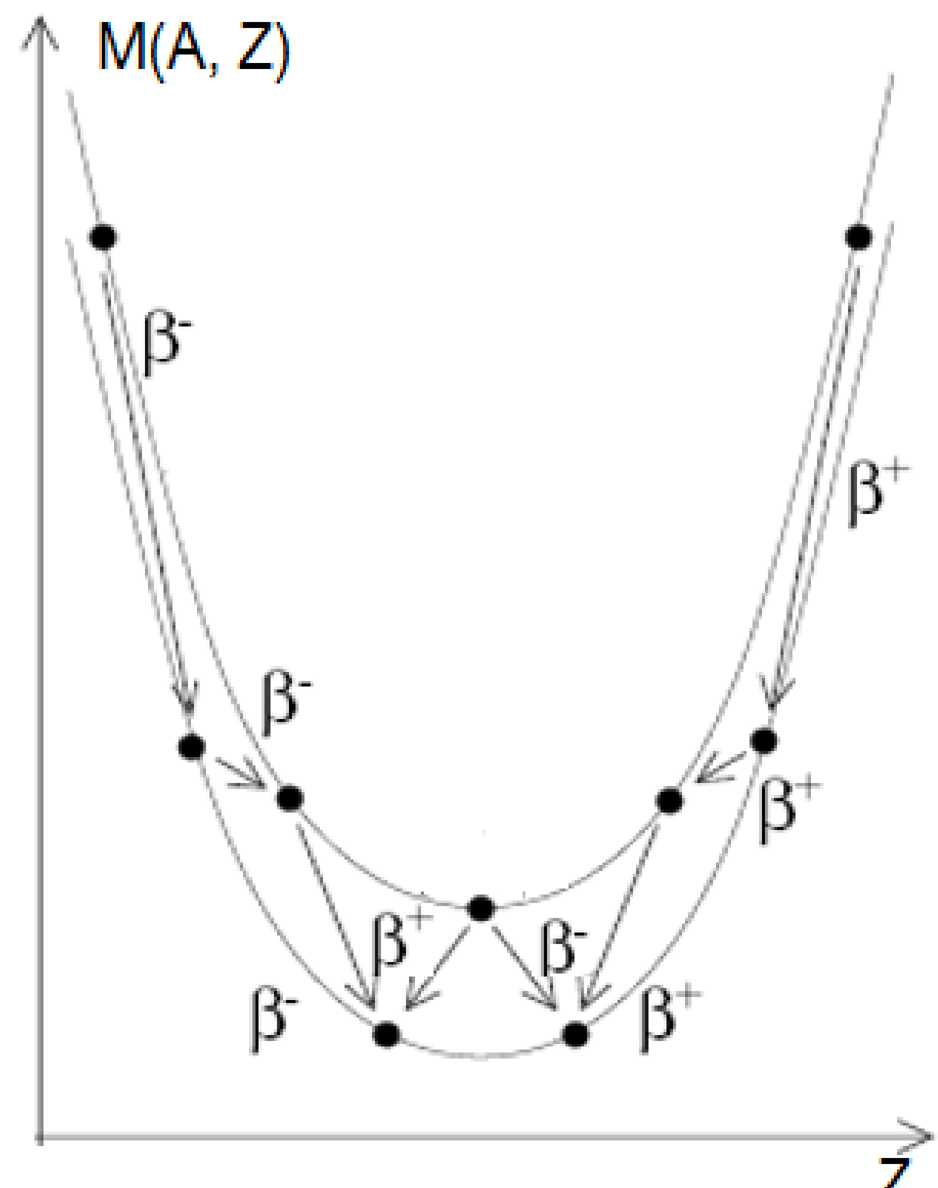


Cas A pair :

Le terme d'appariement δ alterne entre deux valeurs opposées ($-\delta$ et $+\delta$), il y a donc deux paraboles :

- ❖ La parabole supérieure correspond aux noyaux impair – impair,
- ❖ La parabole inferieure aux noyaux pair – pair.

⇒ La plupart du temps, on obtient deux isobares stables, séparés de deux protons. Les autres isobares se désintègrent tous en un de ces deux noyaux stables.



A pair

4) Applications : Energie de séparation d'un nucléon

Jouant un rôle analogue à l'énergie d'ionisation d'un atome, l'énergie de séparation d'un nucléon **($S_p(A, Z)$ et $S_n(A, Z)$)** est l'énergie nécessaire pour enlever un proton ou un neutron du noyau.

➢ Pour un proton :

$$S_p(A,\ Z) = \left[M_{noy}(A-1,\ Z-1) + m_p - M_{noy}(A,\ Z)\right].c^2$$

Tenant compte de la définition de l'énergie de liaison B(A, Z) :

$$S_p(A,\ Z) = B(A,\ Z) - B(A-1,\ Z-1)$$

Soit avec les excès de masse :

$$S_p(A,\ Z) = \left[\delta(A-1,\ Z-1) + \delta(H) - \delta(A,\ Z)\right].c^2$$

- **Pour un neutron :**

$$S_n(A,\ Z) = \left[M_{noy}(A-1,\ Z) + m_n - M_{noy}(A,\ Z)\right].c^2$$

Soit en termes d'énergie de liaison B(A, Z) :

$$S_n(A,\ Z) = B(A,\ Z) - B(A-1,\ Z)$$

Soit avec les excès de masse :

$$S_n(A,\ Z) = \left[\delta(A-1,\ Z) + \delta_n - \delta(A,\ Z)\right].c^2$$

NB : L'énergie de séparation d'une particule α d'un noyau $^{A}_{Z}X$

$$S_\alpha(A,\ Z)=\begin{cases}\left[M_{noy}(A-4,\ Z-2)+m_\alpha-M_{noy}(A,\ Z)\right].c^2\\ B(A,\ Z)-B(A-4,\ Z-2)\\ \left[\delta(A-4,\ Z-2)+\delta_\alpha-\delta(A,\ Z)\right].c^2\end{cases}$$

Exemple : Quelle est l'énergie nécessaire pour casser un noyau de $^{16}_{8}O$ en une particule α et un noyau de $^{12}_{6}C$?

$$S_\alpha(16,\ 8)=\left[\delta(A-4,\ Z-2)+\delta_\alpha-\delta(A,\ Z)\right]=\left[\delta(12,\ 6)+\delta_\alpha-\delta(16,\ 8)\right]$$

$$=0+2424,91565-(-4737,00141)=7161,9171\,keV$$

$$S_\alpha(16,\ 8)=7,162\ MeV$$

4) Applications : Q d'une réaction

Considérons une réaction nucléaire mettant en jeu quatre (4) noyaux :

$$ {}^{A_1}_{Z_1}X_1 + {}^{A_2}_{Z_2}X_2 \longrightarrow {}^{A_3}_{Z_3}X_3 + {}^{A_4}_{Z_4}X_4 $$

L'énergie libérée :

$$ Q = \left(M_1 + M_2 + M_3 + M_4\right).c^2 $$

Par conservation du nombre de protons et de neutrons, la grandeur Q communément appelée le Q de la réaction peut s'exprimer à partir des énergies de liaison :

$$ Q = \left[B(X_3) + B(X_4)\right] - \left[B(X_1) + B(X_2)\right] $$

Avec les excès de masse, on a aussi :

$$Q=\left[\delta(X_1)+\delta(X_2)\right]-\left[\delta(X_3)+\delta(X_4)\right]$$

<u>NB :</u> Attention, ce n'est pas le même ordre qu'avec les énergies de liaison et donc source de confusion.

Trois cas peuvent se produire :

- **Q = 0** : C'est par exemple le cas si $X_3 + X_4 = X_1 + X_2$. On dit qu'on a une diffusion élastique

❑ $Q < 0$: la réaction est **endoénergétique**

Elle n'est possible que si l'on apporte de l'énergie sous forme d'énergie cinétique. Dans le centre de masse, l'énergie minimum à mettre en jeu est égale à $|Q|$. L'énergie correspondante dans le laboratoire s'appelle **énergie de seuil** de la réaction.

❑ $Q > 0$: la réaction est **exoénergétique**

Deux exemples importants : la fission d'un noyau lourd en deux noyaux plus légers et la fusion de deux noyaux légers.

5) Succès et limites du modèle semi-empirique de masse

Succès

- Stabilité des noyaux vis-à-vis de la radioactivité β : Noyau isobarique le plus stable est celui qui correspond à minium dans la parabole de masse

$$Z_0 = \frac{4a_a}{2\left(a_c A^{-1/3} + 4a_a A^{-1}\right)}$$

- Calcul du bilan d'énergie des réactions nucléaires

$$Q = \left(\sum_i m_i - \sum_j m_j\right).c^2$$

Détermination des rayons nucléaires à partir de la différence d'énergie de liaison des noyaux miroirs

$$\Delta E_C = a_c A^{2/3}\left(A - 2Z\right)$$

- Etude de la fission nucléaire (spontanée) La fission symétrique ne peut se faire spontanément que si

$$\frac{Z^2}{A} \succ \frac{2a_s}{a_c}$$

Limites

❖ <u>Nombres magiques :</u>

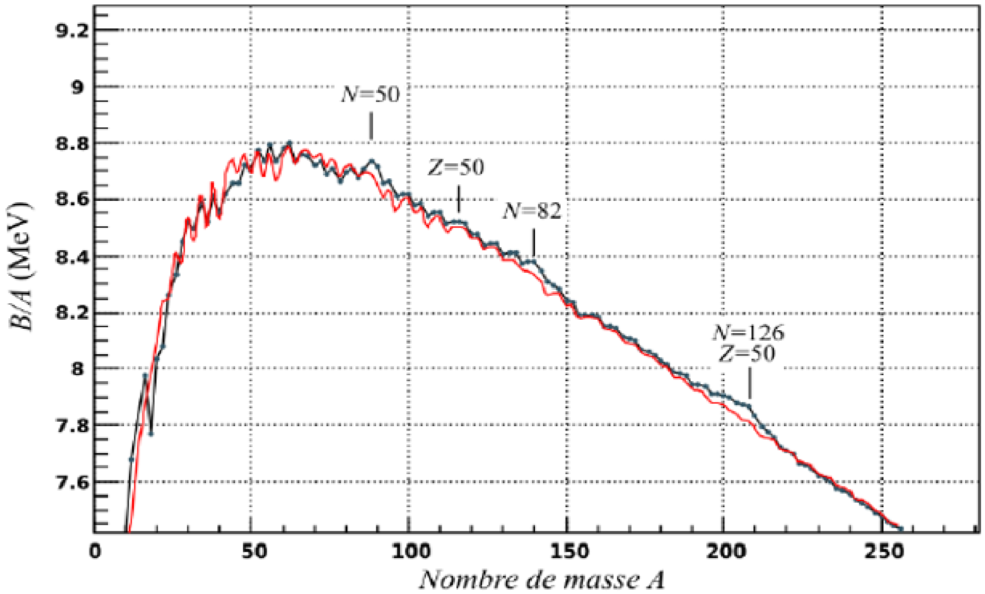
L'écart devient important pour des noyaux dont le nombre de protons ou neutrons est égal à N ou Z = 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126

Ces noyaux ont une énergie de liaison plus élevée que leurs voisins et les nombres correspondants ont reçu le nom de nombres magiques.

❖ <u>Noyaux légers :</u>

Les effets purement quantiques et le terme de surface expliquent la croissance de B/A observée pour les noyaux légers

❖ Moments électriques des noyaux



1.3. Modèles nucléaires

c) Modèle en couches

On observe expérimentalement que certains noyaux présentent une stabilité exceptionnelle lorsque leur nombre de protons ou de neutrons est égal à l'un des nombres magiques **(2 8 20 28 50 82 126)**.

L'énergie de séparation du dernier neutron des noyaux dont le nombre de neutrons est magique ($S_n(A, Z)$) est aussi supérieure à ce qu'elle est pour les noyaux voisins. Il en est de même pour l'énergie de séparation du dernier proton ($S_p(A, Z)$) lorsque Z est égal à un nombre magique.

Ces observations, complétées par d'autres, suggèrent que le noyau pourrait se décrire de manière analogue à l'atome, avec des niveaux d'énergie (*caractérisés par des nombres quantiques*) qui se remplissent de protons et de neutrons en respectant le principe de Pauli. Ces similitudes suggèrent une structure en couches des nuclides.

Comme pour l'atome, il y aurait des couches qui, lorsqu'elles seraient remplies par les protons ou les neutrons, conduiraient à une stabilité plus grande des noyaux concernés. C'est ce qui est observé par exemple avec les gaz rares, dans le cas des atomes (les nombres magiques des atomes correspondent à Z = 2 (He),10 (Ne),18 (Ar), 36 (Kr), 54 (Xe).

Il y a cependant quelques différences entre atome et nuclide.

Dans l'atome, les électrons (fermions indiscernables) se répartissent sur les orbitales en respectant le principe de Pauli, alors que dans le nuclide, il y deux populations de fermions discernables entre elles : les protons et les neutrons (fermions indiscernables), qui se répartissent séparément sur les orbitales.

Dans l'atome, les électrons sont soumis à l'attraction d'un centre commun (le nuclide), l'interaction entre électrons jouant un rôle secondaire, alors que dans le nuclide, les nucléons interagissent entre eux et il n'y a pas de centre.

Nous allons étudier ici le modèle en couche développé en 1948 – 49 par Mayer, Haxel, Jansen et Suess.

✓ Comment reproduire l'effet de ces « fermetures de couche » pour le noyau?

⇒ Noyau = système quantique avec un nombre fini de nucléons générant eux-mêmes un potentiel d'interaction à N corps.

✓ Pour N > 3 : problème insoluble analytiquement

⇒ Hypothèse simplificatrice inspirée de la physique atomique :

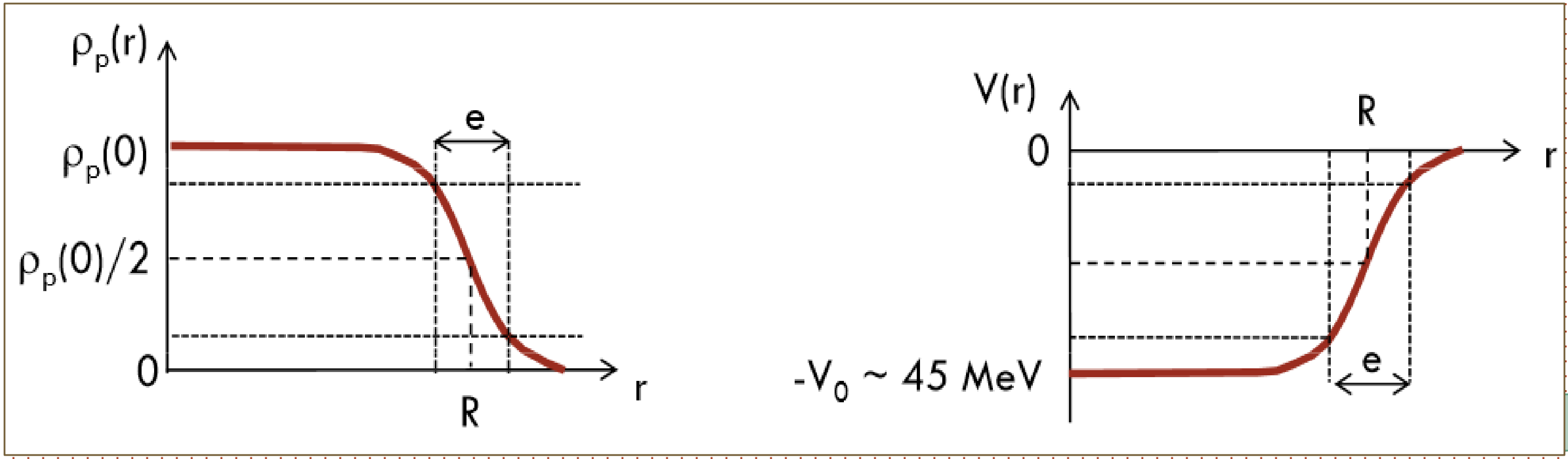
- ❑ Potentiel moyen ou interaction effective ressentie par chaque nucléon et résultant des interactions entre l'ensemble des nucléons interactions entre l'ensemble des nucléons,
- ❑ Chaque nucléon est alors considéré comme indépendant des autres nucléons,
- ❑ Chaque nucléon se meut sur une orbite qui est un état à une particule dans le puits.

- Déterminer à partir du potentiel moyen les états quantiques ou "orbites" des nucléons et leurs énergies.
- Trouver un potentiel moyen "simple" mais tout de même réaliste.

1) Potentiel de Wood-Saxon :

Intensité du potentiel moyen V(r) ∝ distribution des nucléons dans le noyau

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1+\exp\left(\frac{r-R}{a}\right)} \Rightarrow V_{w-s}(r) = \frac{-V_0}{1+\exp\left(\frac{r-R}{a}\right)}$$



$$V_{w-s}(r) = \frac{-V_0}{1+\exp\left(\frac{r-R}{a}\right)}$$

Dans l'expression du potentiel V_{W-S} :

- **V_0** est la profondeur du puits,
- **a = 0,5 fm** le paramètre de diffusivité,
- **R** le rayon (**R = 1,2A$^{1/3}$ fm**).

Le potentiel de Saxon-Woods, malgré sa simplicité, ne se prête pas à la recherche de solutions analytiques de l'équation de Schrödinger. L'approximation qui est la plus commode et la plus réaliste pour l'étude de l'état fondamental et des niveaux excités les plus bas est le potentiel de l'oscillateur harmonique isotrope à trois dimensions

2) Oscillateur harmonique :

Le potentiel harmonique s'écrit sous la forme : $V(r) = -V_0 + \frac{1}{2} m\omega^2 r^2$

Ce potentiel s'annule à la surface du noyau, soit en $r = R = r_0 A^{1/3}$, on obtient une relation entre la profondeur V_0 et ω : $\omega = \sqrt{\frac{2V_0}{mR^2}}$

Le potentiel harmonique prend alors la forme : $V(r) = -V_0 \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right]$

Valeurs propres et fonctions propres de l'hamiltonien :

La résolution de l'équation de Schrödinger :

$$\hat{H}\psi(\vec{r}) = \left[-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + V(r) \right] \psi(\vec{r}) = E\psi(\vec{r})$$

- Potentiel central ↔ conservation du moment angulaire orbital au quel on associe l'opérateur L

- Comme le potentiel moyen V(r) est indépendant du spin et de l'isospin, l'énergie E ne dépendra que des nombres quantiques attachés à ψ(r).

⇒ Séparation des variables r et (θ, φ) telle que les fonctions d'onde peuvent se mettre sous la forme :

$$\psi\left(\vec{r}\right) = R_n^l\left(\vec{r}\right) Y_l^m\left(\theta,\varphi\right)$$

En coordonnées sphériques, l'opérateur Laplacien s'écrit :

$$\Delta = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial}{\partial r}\right) - \frac{\hat{L}^2}{r^2\hbar^2}$$

Avec :

$$\hat{L}^2 Y_l^m\left(\theta,\varphi\right) = \hbar^2\ell\left(\ell+1\right) Y_l^m\left(\theta,\varphi\right)$$

La partie radiale de la fonction d'onde est solution de :

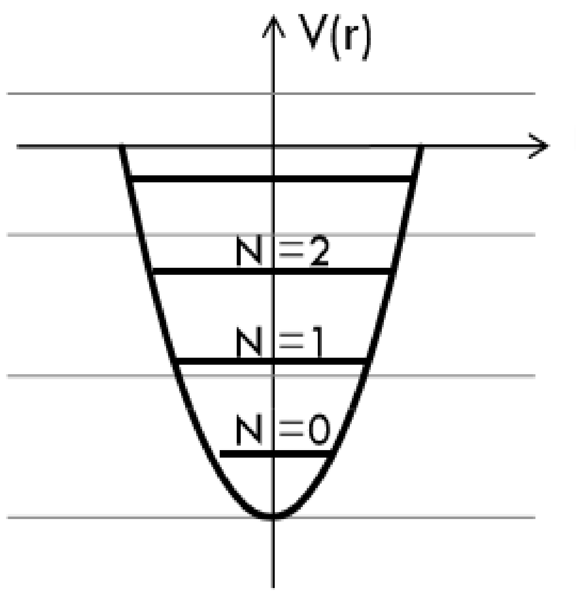
$$-\frac{\hbar^2}{2m}\left[\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial}{\partial r}\right)-\frac{\ell(\ell+1)}{r^2}\right]R_n^l(\vec{r})+(V-E)R_n^l(\vec{r})=0$$

Puisque $R_n^l(\vec{r})$ ne dépend que de r :

$$\left[\frac{d^2}{dr^2}+\frac{2}{r}\frac{d}{dr}-\frac{\ell(\ell+1)}{r^2}-\frac{2m}{\hbar^2}(V-E)\right]R_n^l(\vec{r})=0$$

La solution de cette équation est :

$$E=\left(2(n-1)+\ell+\frac{3}{2}\right)\hbar\omega=\left(N+\frac{3}{2}\right)\hbar\omega$$



où n = 1, 2, 3, … est le nombre quantique radial, c'est aussi le nombre de nœuds de la fonction d'onde radiale qui compte (n–1) zéros.

N = 0, 1, 2, … est le nombre quantique principal,

ℓ = 0, 1, 2, … le nombre quantique orbital.

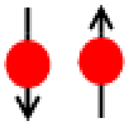
1.3. Modèles nucléaires : Modèle en couches

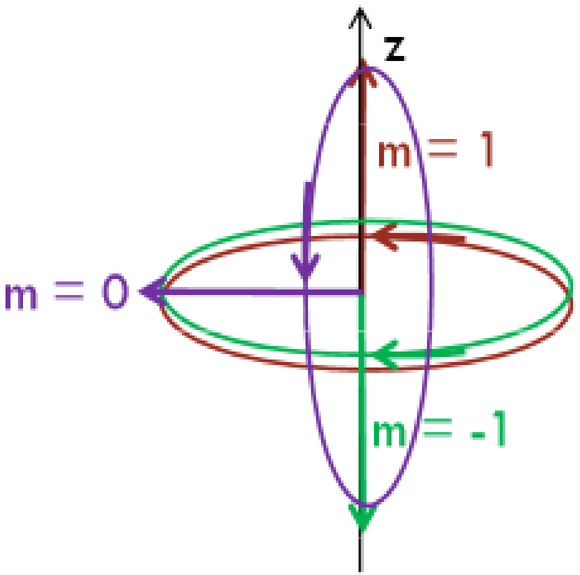
- Restriction sur les valeurs de l permises :
  - $\ell \leq N$
  - si N impair → ℓ est impair
  - si N pair → ℓ est pair

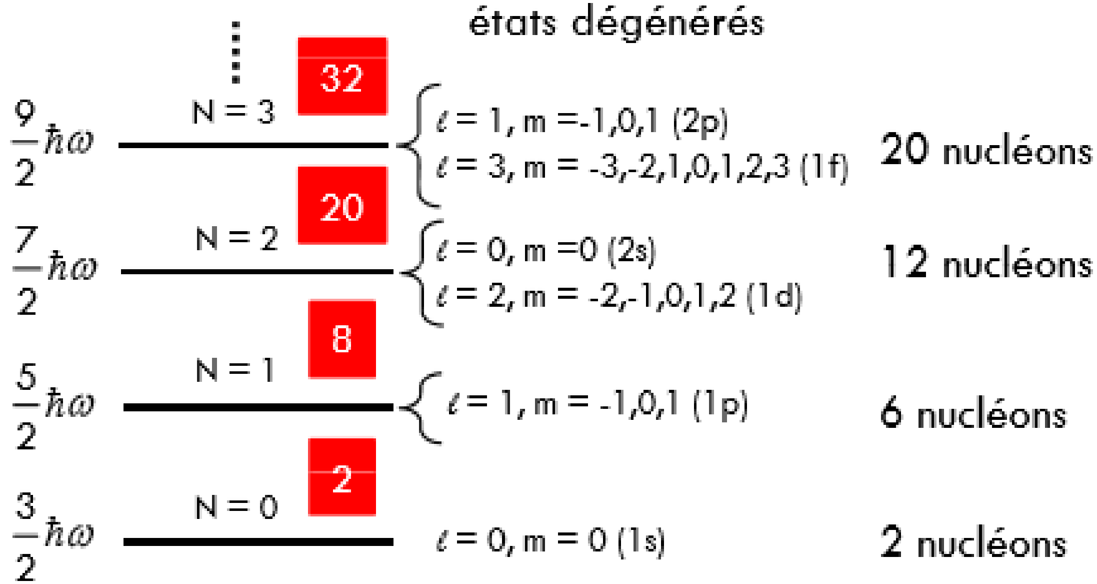
- nombre de nucléons que l'on peut disposer sur chaque couche

2 fermions ayant les mêmes nombres quantiques ne peuvent pas avoir la même énergie (principe d'exclusion de Pauli)

<u>Ex</u> : N = 1 → ℓ = 1 → m = -1, 0, 1 + spin intrinsèque







Les limites du modèle en couches

- Nécessité d'inclure l'appariement nucléaire pour faire apparaître l'effet des énergies de liaison des noyaux P-P et I-I
- Le potentiel utilisé est à symétrie sphérique, il est donc adapté pour décrire des noyaux sphériques qui sont finalement très rares (noyaux doublement magiques) ...
- Le modèle ne reproduit pas de manière satisfaisante l'ensemble des noyaux éloignés de la vallée de stabilité...

Conclusion

Soulignons que les noyaux qui se répartissent au voisinage de la ligne de stabilité ne sont pas tous stables. Mais qu'est-ce qu'un noyau instable ?

- ✓ Un noyau instable est un assemblage de nucléons qui ne restent ensemble que pendant un temps limité. Si ce temps est très grand, il est impossible de distinguer un noyau instable d'un noyau stable. Cependant, dans la réalité, la distinction est pratiquement sans ambiguïté.
- ✓ Un noyau instable peut subir divers types de modifications :
  - Il peut se «fendre» pour donner des noyaux plus petits en éjectant éventuellement des nucléons, la «*fission* ».
  - Ainsi certains atomes lourds émettent spontanément, une particule α (un noyau d'hélium $^{4}_{2}He$), la « ***radioactivité*** $\boldsymbol{\alpha}$ »
  - Il peut aussi arriver que les nombres de protons et de neutrons soient modifiés alors que le nombre de masse, A; reste constant, la « ***radioactivité*** $\boldsymbol{\beta}$ »